Revista Internacional de Aprendizaje en Ciencia, Matemáticas y Tecnología, 4(2), 2017, ISSN 2386-8791

PROPUESTA DIDÁCTICA DE MATEMÁTICAS

Didactic Propousal of Mathematics

MARCO VINICIO VÁSQUEZ BERNAL
Universidad Nacional de Educación (UNAE), Ecuador

KEY WORDS

Concrete
Material
Abstraction
Assimilation
Model

ABSTRACT

The teaching of mathematics generates problems when the process is broken and it is forgotten that this science arises from a concrete reality, that for its understanding it is necessary to construct symbolic models and conclude in the abstraction of those results, if the teaching process is initiated from the symbolic cutting that process and generating the known difficulties. This work seeks that the learning of mathematics arise from the concrete for each student to build their knowledge and assimilate the mathematical contents in their own way, the teacher only guides and facilitates the process. It also shows the positive results of it.

PALABRAS CLAVE

Material
Concreto
Abstracción
Asimilación
Modelo

RESUMEN

La enseñanza de matemáticas genera inconvenientes cuando se rompe el proceso y se olvida que esta ciencia surge de una realidad concreta, que para su entendimiento es necesario construir modelos simbólicos y concluir en la abstracción de esos resultados, si se inicia el proceso de enseñanza desde lo simbólico cortando ese proceso y generando las conocidas dificultades. Este trabajo busca que el aprendizaje de matemáticas surja de lo concreto para que cada estudiante construya su conocimiento y asimile los contenidos matemáticos a su manera, el docente únicamente guía y facilita el proceso. Además evidencia los resultados positivos del mismo.

1. Antecedentes

La Unidad Educativa Andrés F. Córdova está situado en el centro urbano del Cantón Cañar, es la institución educativa de nivel medio más antigua de la localidad, conocida por su vinculación con la colectividad, habiéndose iniciado como Escuela de Artes y Oficios en 1908, bajo la regencia municipal, en 1940 se estructura como colegio fiscal de la República del Ecuador, con carreras netamente técnicas como sastrería y carpintería, luego se abrirá la especialidad de mecánica y la de contabilidad.

Su vocación de carreras prácticas hizo que se le reconozca como colegio técnico, luego Instituto Técnico e Instituto Tecnológico Superior, hasta la actualidad, donde se le designa como Unidad Educativa Andrés F. Córdova, separando del Instituto Superior Andrés F. Córdova que bajo la nueva ley funciona autónomamente.

Esa vinculación constante de esta institución con su entorno, ha hecho que se le conozca comúnmente como "El Técnico", lo que además reconoce la pertinencia de la misma con los requerimientos sociales de Cañar y su entorno.

El alumnado de esta Institución educativa en su gran mayoría provienen de sectores rurales del Cantón Cañar, así como también de los hermanos cantones El Tambo y Suscal, lo que hace que la multiculturalidad de nuestra realidad sea una característica de nuestra unidad educativa. Además de que deriva en que los fenómenos sociales que afectan nuestro entorno fruto de la migración se vivan al interior de este establecimiento, done según una encuesta realizada anteriormente indica que el 83% del alumnado ha sufrido o vive la desintegración familiar que el éxodo masivo hacia el exterior, principalmente a los Estados Unidos de América y a España.

Es notorio también la heterogeneidad de nuestros alumnos, ya que estos provienen de todo tipo de establecimientos de educación inicial.

La institución funciona en modalidades diurna y nocturna, donde acuden alrededor de 1600 alumnos, el número de profesores entre los de planta y los contratados es de 80.

2. Justificación

La heterogeneidad indicada obliga a que dentro de la institución se generen procesos de homogenización en las distintas ramas, además es notorio el poco agrado que los alumnos sienten hacia la materia de las matemáticas.

Es una realidad que alumnos de todos los niveles y de cualquier condición coincidan en señalar a las matemáticas como la cátedra que mayormente complica su rendimiento académico, particularmente en una encuesta realizada en la Unidad Educativa, en septiembre del 2012, el 85 por ciento de los encuestados se manifiestan así, y lo hacen por distintas razones:

- Su carácter abstracto (64 %)
- El método del profesor (53%)
- No se tiene bases (48%)
- Es distinta a las demás (42%)
- Procedimientos (35%)
- No es de aplicación práctica (33%)
- Otros (28%)

Si recordamos que ésta ciencia forma parte del currículo desde la educación básica hasta los estudios superiores, merece entonces una atención especial, ya que se sabe que a más de que es parte intrínseca de las ingenierías y de otras carreras técnica, su rol es también generar un pensamiento lógico, crítico e integrador, puntal fundamental del desarrollo académico actual.

Tomaremos entonces los resultados obtenidos en la investigación y en base de ellos iremos construyendo una propuesta que mejore la concepción de esta ciencia en los estudiantes, buscando que la madre de las ciencias sea entendida en su naturaleza amigable.

3. Objetivos

3.1. Hipotesis

Para lograr lo buscado nos planteamos la siguiente hipótesis:

"El entendimiento cabal de la naturaleza de las matemáticas incide en el rendimiento académico del alumnado."

De donde surgen además los siguientes objetivos:

3.2. Objetivo general

Desarrollar un esquema de enseñanza de matemática, fundamentados en su naturaleza concreta que despierte el interés de los alumnos.

3.3 Objetivos específicos

- Entender la naturaleza concreta de las matemáticas.
- Entender las fases CONCRETA, GRÁFICA, SIMBÓLICA y DE ABSTRACCIÓN, en el proceso de enseñanza de las matemáticas.
- Generar procedimientos prácticos para la enseñanza de las matemáticas.
- Identificar la relación entre las matemáticas y el desarrollo común de nuestra vida.

4. Marco teórico

Para desarrollar este trabajo nos basaremos en los lineamientos del modelo pedagógico constructivista, esto es APRENDER HACIENDO.

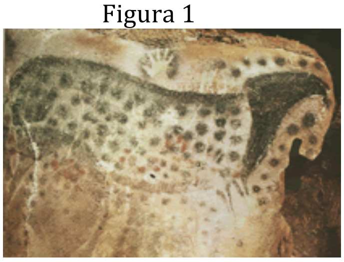
Lo que proponemos es innovaciones con experiencia concreta.

Utilizaremos además lineamientos que sugieren que los procedimientos deben ser humanistas, integradores de evaluación continua e integral.

Para lo cual es necesario que recordemos algunos conceptos generales: ¿Qué es el número?

En esta pintura (Figura 1) hallada en la cueva de Pech-Merle se encuentra un caballo moteado en negro. Aparte de las curiosas puntuaciones que cubren su cuerpo hay que observar las impresiones de manos humanas, posiblemente en representación del número que se poseía de esta clase de caballos.

Figura 1



El número es algo que ésta con nosotros a lo largo de todos nuestros actos, nos permite entender la realidad (ubicación, edad, condición, metas, etc.) y lo utilizamos con tanta cotidianidad que parece que alcanza tangibilidad en nuestro entorno y que su presencia es natural. Idea carente de toda realidad, el numero surge y existe en la mente del hombre, es una herramienta fundamental que permite entender nuestro entorno, pues sirve para indicar cantidad, orden e información, se lo representa a través de dígitos, es el concepto más universal creado por el hombre, cobra sentido práctico cuando se le asocia al concepto de unidad y constituye la base de la comunicación, pudiendo aseverarse que no es posible estructurar una oración completa sin utilizar algún elemento derivado de número y unidad.

El concepto del número es básico para entender la naturaleza de las matemáticas que en su desarrollo irán creando las operaciones con estos con sus procedimientos y algoritmos, es necesario además indicar que según expertos, el numero surge para ayudar a cuantificar las posesiones, por ejemplo para cuidar el ganado un pedazo de rama representaba una oveja y la acumulación de estas indicaba por analogía cuantas ovejas estaban en el rebaño, este método completamente practico debió complicarse cuando la cantidad del rebaño aumentaba, entonces se idearon formas ya no de representar únicamente unidades sino cantidades fijas (cinco, diez, cincuenta, etc.) tal vez con ramas más grandes, es decir al tamaño de la rama se le asociaba un valor o es posible que se utilizaron otros elementos naturales como piedras u hojas, un desarrollo ya significativo que permitió desarrollar la operación básica de conteo, que arranco una ciencia de ámbitos infinitos, donde el concepto abstracto es una respuesta a la realidad.

5. Metodología

Alguna vez en un curso de didáctica a docentes una de las asistentes me preguntó ¿Cómo mostrar que una de las operaciones aritméticas básicas puede representar una realidad concreta?, cuestionamiento sincero que denunciaba una realidad preocupante, los algoritmos y la fase simbólica de las matemáticas se tomaba como la única realidad de esta ciencia, olvidando su naturaleza tangible, olvidando que las operaciones aritméticas son modelos de la realidad, es decir surgen de ella y sirven únicamente como herramienta para realizar la operación constante del conteo de unidades, es necesario entonces proponer una cátedra que retome los elementos básicos y el proceso humanista de esta ciencia, y que respetando el desarrollo histórico lo ponga al servicio de la gente.

En ningún momento intentamos irrespetar los estamentos de la matemática formal, donde teoremas, axiomas y postulados de forma rígida demuestran los avances de la ciencia, lo que proponemos es que estos no sean limitados a la fase simbólica sino que se abran a lo concreto y sustenten su accionar en la aplicación práctica, fundamentalmente porque así la madre de las ciencias será amigable a todos y sobre todo cumplirá la finalidad de generar razonamiento lógico en la mente de quienes tomando como insumo las circunstancias de vida construyen conocimiento.

Para reforzar nuestra propuesta recordaremos un concepto sobre los modelos constructivistas:

Stefany Hernández Requena, dice “La teoría constructivista se enfoca en la construcción del conocimiento a través de actividades basadas en experiencias ricas en contexto. El constructivismo ofrece un nuevo paradigma para esta nueva era de información motivado por las nuevas tecnologías que han surgido en los últimos años. Con la llegada de estas tecnologías (wikis, redes sociales, blogs...), los estudiantes no sólo tienen a su alcance el acceso a un mundo de información ilimitada de manera instantánea, sino que también se les ofrece la posibilidad de controlar ellos mismos la dirección de su propio aprendizaje. Este trabajo intenta examinar el vínculo entre el uso efectivo de las nuevas tecnologías y la teoría constructivista, explorando cómo las tecnologías de la información aportan aplicaciones que al ser utilizadas en el proceso de aprendizaje, dan como resultado una experiencia de aprendizaje excepcional para el individuo en la construcción de su conocimiento. Cambiar el esquema tradicional del aula, donde el papel y el lápiz tienen el protagonismo principal, y establecer un nuevo estilo en el que se encuentren presentes las mismas herramientas pero añadiéndoles las aplicaciones de las nuevas tecnologías, aporta una nueva manera de aprender, que crea en los estudiantes una experiencia única para la construcción de su conocimiento”

Con el objetivo planteado y teniendo en cuenta lo anteriormente expuesto, proponemos una metodología que tiene como directriz dogmática el constructivismo crítico que sigue los siguientes pasos:

a) Identificar los temas de la asignatura de matemáticas cuyo cabal entendimiento genera problema en el alumnado.
b) El docente debe recabar toda la información teórica y de experiencias similares en otros establecimientos o en años anteriores.
c) El profesor, en base de lo investigado, estructurará actividades absolutamente concretas que ayuden a que los estudiantes entiendan mejor el tema.
d) Realizar la actividad en clase.
e) Sistematizar el proceso registrando el mismo, especialmente todos los resultados obtenidos, especialmente los que asomaron esporádicamente en su desarrollo.

Siguiendo esta metodología y para establecer algunas actividades que evidencian la realidad tangible de las matemáticas, mostrando la esencia de esta ciencia, planteamos actividades, lo más simples posibles, más estas deben sujetarse a las siguientes normas:

- El alumno debe el actor fundamental, que manipulando los objetos encuentra los diversos resultados.
- La explicación teórica debe ser explicita y posterior a los resultados obtenidos.
- El profesor es un involucrado más que guía el proceso, más no adelanta ni propone ningún resultado.
- Se trabajara de lo individual a lo grupal y a lo general.
- Los materiales a utilizarse deben ser inofensivos y respetando el medio ambiente.
- Todos los resultados presentados tienen el mismo valor cualitativo, sabiendo que pueden surgir algunos no previstos.

6. Actividades

Con lo indicado, presentamos aquí algunas actividades que utilizando la metodología planteada, a manera de ejemplos planteamos algunas actividades:

6.1 Multiplicación gráfica

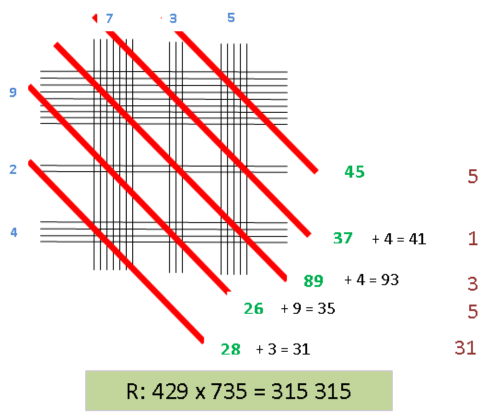
Existe un proceso para multiplicación, utilizado antiguamente por el pueblo chino, el mismo surge simplemente de contar cuantos puntos surgen como intersección de rectas, y con ello es posible llegar a la respuesta.

El proceso es el siguiente:

I. Ubicar los dos multiplicandos, uno de forma horizontal y otro de forma vertical, de abajo hacia arriba y de izquierda a derecha, en el sentido de la numeración decimal.
II. Junto a cada digito y en dirección perpendicular a la del número se trazaran tantas líneas como sea el valor absoluto de cada digito (si el digito es cero no trazamos recta alguna).
III. Se trazaran diagonales de izquierda a derecha y de arriba hacia abajo, de forma que la misma atraviese los grupos de centésimas, decimas, unidades, decenas, centenas, unidades de mil, etc.
IV. Se contaran todos los puntos de corte de los grupos por donde atraviese cada diagonal, anotando al fin de estas, el resultado.
V. Iniciando por la diagonal ubicada más a la derecha, El digito de la unidad se ubicará en su extremo, de existir otros dígitos, estos se sumaran con el resultado obtenido para la diagonal inmediatamente a la izquierda, dejando fijo, de igual forma, el ultimo digito, repitiendo el proceso hasta llegar a la primera diagonal de la derecha, donde se escribirá el resultado completo.
VI. El número que tiene por dígitos los que resultan del paso anterior, para cada una de las diagonales, iniciando por la derecha es el resultado de la multiplicación.

La demostración la hacemos práctica y visual (Figura 2), siguiendo los pasos propuestos multiplicamos 429 por 735.

Figura 2



Ubicamos los multiplicandos, 429 en sentido vertical, iniciando con el 4 (centenas) y hacia arriba las demás, en sentido horizontal el 735, iniciando con el 7 (centenas) y los demás a la izquierda.

Junto a cada digito trazamos tantas líneas como sea el digito, en forma horizontal trazamos cuatro líneas, más arriba dos y por ultimo nueve, en sentido vertical, iniciamos con un grupo de siete, a la derecha tres y a continuación cinco.

Se trazaran diagonales (las de color rojo) de izquierda a derecha y de arriba hacia abajo, de forma que la misma atraviese los grupos de unidades, decenas, centenas, unidades de mil, decenas de mil y centenas de mil, recordando que en nuestro caso tenemos dos números de tres cifras, es decir tendremos cifras para centenas, decenas y unidades, además sabemos que si multiplicamos unidades por unidades, el resultado es unidades, y así, si multiplicamos unidad por decenas el resultado será decena, si multiplicamos unidad por centena, tendremos centena, hasta multiplicar centena por centena, cuyo resultado decenas de mil, es decir tendremos cinco resultados desde unidades hasta decenas de mil.

Contamos todos los puntos de corte de los grupos por donde atraviese cada diagonal, en nuestro caso tenemos 45 unidades, 37 decenas, 89 centenas, 26 unidades de mil y 28 decenas de mil.

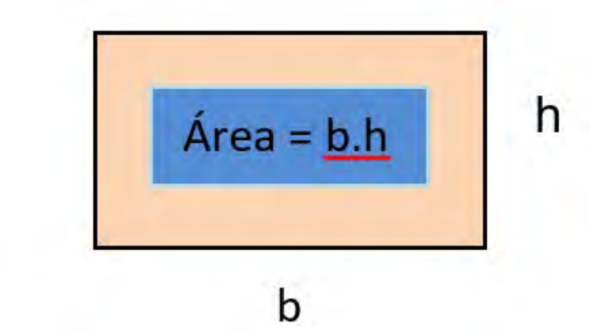
En la diagonal de unidades fijamos el 5 y el 4 sumamos a la siguiente diagonal, es decir las decenas que resultan en la diagonal de unidades pasa a la diagonal de decenas, 37 + 4 = 41, el 1 queda en esa diagonal y el cuatro pasa a la diagonal de las centenas, así hasta la diagonal de las decenas de mil, a donde se añaden 3 proveniente de la anterior, dando como resultado 31.

El resultado será construido con los dígitos 31- 5 – 3 - 1 – 5, que si los unimos resulta el número 315315, que es el resultado de la multiplicación, que podemos verificar de cualquier manera.

6.2. El área de una figura geométrica

DEFINICION DE ÁREA: El área de una figura geométrica, se entiende como el espacio bidimensional limitado por la forma.

En base de la definición expuesta se puede indicar que el área de un rectángulo se define como base por altura.



b es la base.

h es la altura.

Área = base por altura.

Esta definición es básica y sirve para el calcular el área de cualquier figura geométrica.

PRISMA: es una figura geométrica de lados rectos.

TRIÁNGULO: Es un polígono de tres lados (un polígono se construye con al menos tres lados).

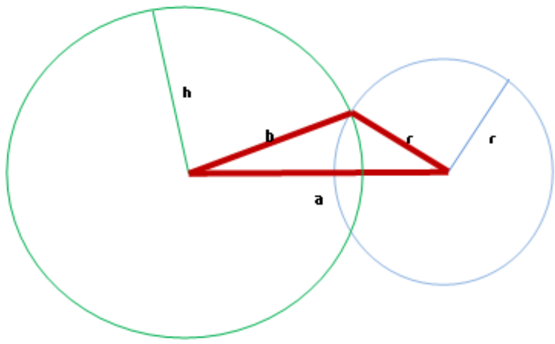
Construcciòn de triangulos:

CONDICIÒN: Para construir un triángulo debe cumplirse para cada uno de los lados que: “la suma de los dos lados debe ser mayor al tercero”.

Procedimiento:

I. Se gráfica el lado mayor (a).
II. Con compás, se hace centro en uno de los extremos, se abre una magnitud igual a uno de los otros lados dados y se traza un círculo (b).
III. De igual forma, con compás, se hace centro en el otro extremo, se abre una magnitud igual al tercer lado y se traza un círculo (c).
IV. Se une los puntos de corte de los círculos con los extremos del primer segmento trazado y se tienen dos triángulos (figura 3).

Figura 3.



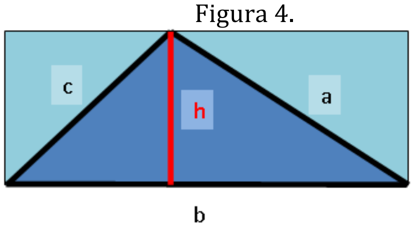
El proceso de construcción por si solo explica la condición.

6.2.1 Área de un triángulo

El área de un triángulo es la mitad del área del rectángulo que lo inscribe.

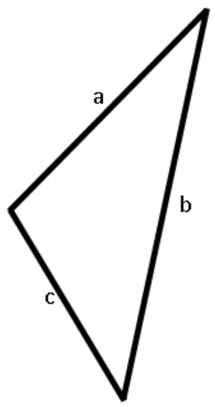
En la Figura 4, se observa claramente que el área del triangulo resulta de tomar la mitad del área del rectángulo que lo contiene, en la figura 5, rotamos ese triangulo, lo cual en nada modifica el valor de dicha área y generaliza la formula.

Figura 4.



$$\textbf{Area} = \frac{b.h}{2}$$

Figura 5.



De donde se observa claramente que el área de un triángulo es el semiproducto de la base por la altura, pudiendo tomarse como base cualquiera de sus lados, teniendo en cuenta que la altura debe tomarse con respecto al lado escogido como base.

6.2.1.1 Fórmula del semiperímetro

La fórmula anteriormente obtenida tiene el inconveniente que se requiere calcular el valor de la altura, cualquiera de ellas, lo que en la práctica es muy complicado, por lo que con ayuda de las funciones trigonométricas, se obtienen las siguientes formulas:

$$\mathbf{Area} = \frac{\boldsymbol{a.b.SenC}}{\mathbf{2}}, \mathbf{Area} = \frac{\boldsymbol{a.c.SenB}}{\mathbf{2}}, \mathbf{Area} = \frac{\boldsymbol{b.c.SenA}}{\mathbf{2}}$$

Que se expresa como el semiproducto de dos de sus lados por el seno del ángulo que forman, lo que también en la práctica es complicado.

Surge entonces la fórmula del semiperimetro (p):

$$\mathbf{p} = \frac{\boldsymbol{a+b+c}}{\mathbf{2}}$$

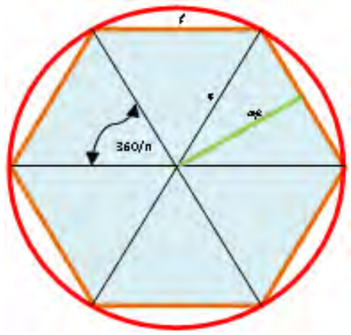
$$Area = \sqrt{\mathrm{p(p-a)(p-b)(p-c)}}$$

Expresión que calcula el área de un triángulo en función únicamente de sus lados, lo que hace de esta fórmula una herramienta útil y práctica.

6.2.2. Área de un polígono regular

Un polígono regular de n lados está compuesto por n triángulos isósceles donde l es el valor del lado, r, el radio del circulo que lo inscribe y ap, la apotema o altura de cada triangulo con respecto al lado (figura 6).

Figura 6.



Entonces el Área será: $\frac{n.l.ap}{2}$ ò $\frac{n.r^2\mathrm{Sen}(\frac{180}{n})}{2}$

O también $\frac{n.l.\sqrt{4r^2-l^2}}{4}$

Aunque también existe un desarrollo que da como resultado:

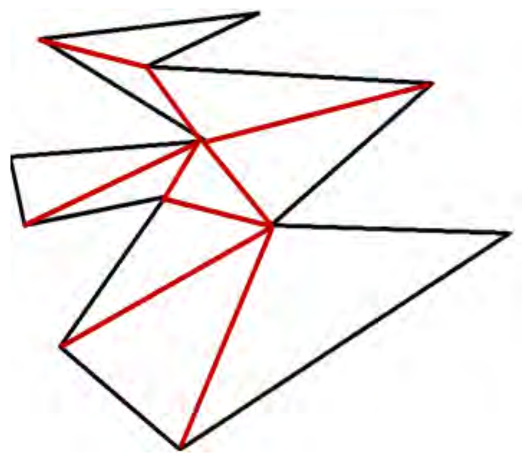
Área $= \frac{nl^2}{4\,tg(\frac{180}{n})}$ que puede expresarse como $\frac{nr^2Sen(\frac{360}{n})}{2}$ que cuando es grande tiende a $Area = \pi r^2$, que es el área de un circulo, justamente porque un polígono regular cuando tiene gran cantidad de lados toma la forma de un circulo.

6.2.3. Área de un polígono irregular

Debemos indicar que "CUALQUIER POLIGONO IRREGULAR DE n LADOS PUEDE DIVIDIRSE EN n-2 TRIANGULOS.

En la figura 7 se observa como un polígono irregular de doce lados es recubierto por diez triángulos escalenos, lo que implica que el área de dicho polígono será el resultado de la suma aritmética de las áreas de los diez triángulos y para ello es posible recurrir a la fórmula del semiperimetro que calcula el área a partir de los valores de los lados. Debe recalcarse que esta partición en triángulos no es única y debe responder más bien a los requerimientos prácticos.

Figura 7.

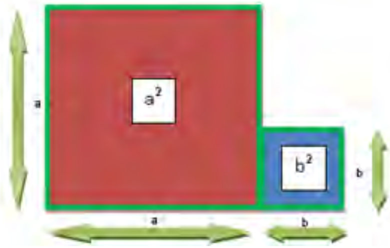


6.3. El Teoréma de Pitágoras

Este teorema es uno de los más conocidos de geometría y de las matemáticas, del mismo existen infinidad de demostraciones, más intentando enmarcarnos en la realidad que vivió Pitágoras, exponemos aquí una de ellas:

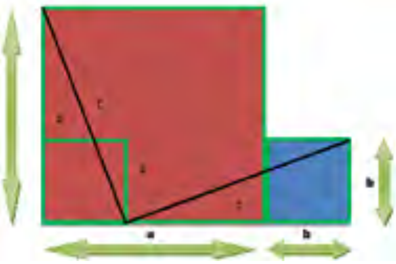
Partiendo de dos cuadrados cualesquiera, uno de lado a y área a^2, otro de lado b y área b^2 (figura 8).

Figura 8.



En una esquina del cuadrado mayor marcamos lo correspondiente al cuadrado menor (figura 9).

Figura 9.

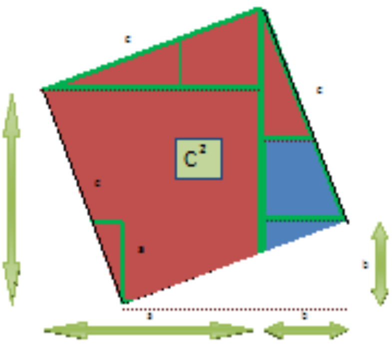


Luego trazamos las rectas que completan el triángulo rectángulos con catetos a y b, que es este caso lamamos c, es decir c es la hipotenusa del triángulo rectángulo abc.

Existen áreas de los cuadrados iníciales que quedan fuera de las hipotenusas trazadas.

Esas áreas podemos moverlas, como se observa en la figura 10, completando el cuadrado de área c².

Figura 10.

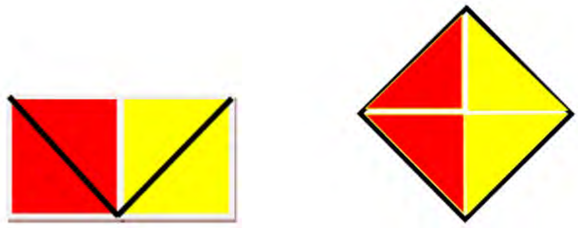


Con lo indicado queda demostrado que "La suma de las áreas de los cuadrados construidos sobre los catetos de un triángulo rectángulo es igual al área del cuadrado construido sobre la hipotenusa del mismo".

Que escuetamente se resume en el conocido: $c^2 = a^2 + b^2$

Si los cuadrados son de lados iguales, la demostración se reduce significativamente a lo que se observa en la figura 11.

Figura 11.



Sin embargo este resultado es posible generalizarlo, indicando que la figura a construirse en cada lado del triángulo rectángulo en lugar del cuadrado puede ser cualquier figura geométrica semejante en los tres lados, quedando el enunciado de la siguiente manera: "La suma de las áreas de dos figuras geométricas semejantes construidas sobre los catetos de un triángulo rectángulo es igual al área de otra figura semejante construida sobre la hipotenusa del mismo".

6.4. Cuadrado de un binomio

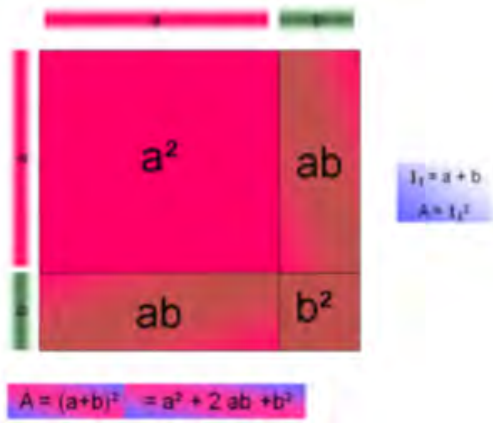
Todos los productos notables pueden desarrollarse geométricamente, como una muestra desarrollaremos aquí el cuadrado de un binomio.

Nos basamos en el área de un rectángulo que por definición es base por altura, y en el caso particular del cuadrado es l_1^2, (figura 12).

Figura 12.

Si dividimos cada lado en dos partes a y b, se tiene que el cuadrado se divide en cuatro partes como se observa en la figura 13.

Figura 13.



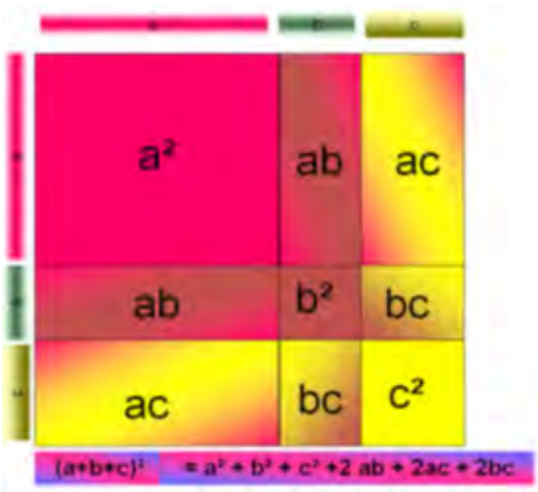
Donde la misma área se puede expresar como la suma aritmética de las cuatros resultantes, entonces:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Que se conoce como desarrollo del cuadrado de un binomio o también como Trinomio cuadrado perfecto a su segundo miembro.

Este resultado fácilmente puede generalizarse a desarrollo de trinomios o expresiones algébricas de más términos, así en la figura 14 se tiene el desarrollo para un trinomio:

Figura 14.



Está claro que este procedimiento puede generalizarse ya sea en la forma geométrica, dividiendo el lado en el número de términos que contenga la expresión algebraica que deseemos elevar al cuadrado o simplemente intuyendo sobre los resultados, ya que se observa que siembre existirán los cuadrados de cada termino más dos veces el producto de todas las posibles combinaciones de dos de ellos.

Es posible desarrollar en la practica un desarrollo para el cubo de un trinomio, en las fotografías se observa un desarrollo de un tetranomio al cubo, por supuesto que esto ya no es posible graficarlo, lo que se puede es construir el cubo, como se observa.

El cubo responde al desarrollo de:

$$(a+b+c)^3 = a^3 + 3a^2b + 3a^2c + 3ab^2 + 3b^2c + 3ac^2 + 3bc^2 + 6abc$$

La fotografía 1 muestra como los veinte y siete pedazos pueden armar un cubo perfecto, que es la base del resultado establecido. Debe estar claro que en el proceso hay muchos otros resultados, que los alumnos pueden reconocer.

Fotografía 1.

6.5. Identificación de elementos de un triángulo

Es conocido que en los triángulos se han definido las alturas, las bisectrices, las medianas y las mediatrices, y que además la intersección de las tres alturas es un punto único denominado ortocentro, igual para la bisectrices, cuyo punto de intersección se conoce como incentro, de las medianas el punto de intersección se llama baricentro y la de las mediatrices circuncentro, cada uno de ellos con propiedades propias.

a) Lo que se busca aquí es que los alumnos encuentren estos elementos, para lo cual se plantea el siguiente proceso.
b) Se pide que construyan en papel distintos triángulos y que los corten.
c) Se define cada una de las rectas y se indica cómo encontrarlas siguiendo ciertas normas:
d) Para hallar el punto medio de una línea, simplemente doblaremos sobre si misma esta línea, uniendo los extremos, el punto que resulte en el extremo opuesto es el punto medio.
e) Para hallar la recta que divida en dos partes iguales a un ángulo, se debe doblar de forma que coincidan los dos lados que forman dicho ángulo, se ajustamos y apretamos el papel, se creara en el papel la recta que divide en dos partes iguales a un ángulo.
f) Para trazar una perpendicular a una recta dada, simplemente fijamos un punto y doblamos el papel haciendo que coincida en el lado, se genera una recta que inicia en el punto escogido y que es perpendicular al lado seleccionado.
g) Se pedirá que los alumnos marquen cada línea y los puntos de intersección surgirán espontáneamente.

6.6. Productos de binomio de primer grado

Este ejercicio, sirve para evidenciar la realidad del algebra, debidamente realizado permite obtener algunos resultados importantes que enumeramos a continuación y que no son los únicos:

- Diferenciar las unidades de las variables.
- Diferenciar las dimensiones de una variable X, X^2, X^3.
- Entender que lo positivo y negativo son elementos distintos a pesar de que pueden tener igual magnitud.

Para desarrollar este ejercicio, exponemos ciertos acuerdos:

La unidad es un cubo pequeño, puede ser de 1cm x 1cm x 1cm.

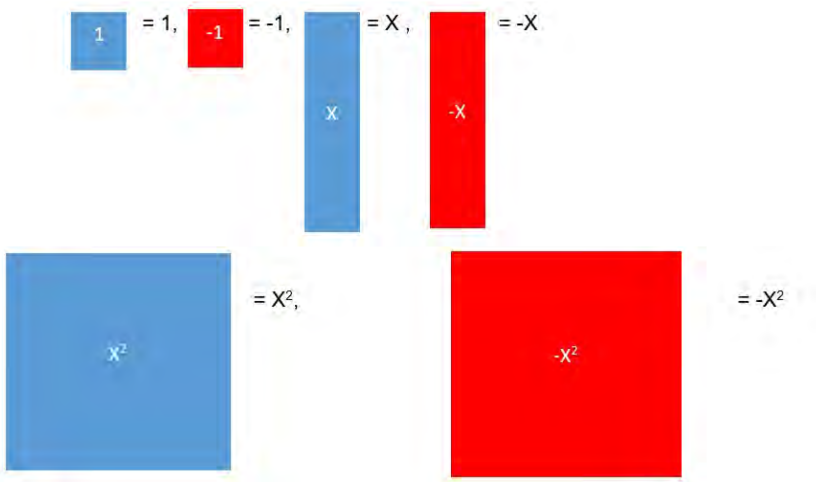
La variable X es una tira de una longitud arbitrariamente asignada, se recomienda que la longitud no sea de una medida múltiple de 1cm, para que no se preste a confusión, puede ser algo como 6,5 cm, el ancho será de 1 cm y el espesor también de 1 cm.

X^2 será representada por un cuadrado que tenga como lado la longitud asignado a X, en nuestro caso será un cuadrado 6,5 cm x 6,5 cm y con 1 cm de espesor.

X^3 se representara como un cubo cuyo lado sea igual al asignado a la longitud de X, en nuestro caso será 6,5cm x 6,5 cm x 6,5 cm.

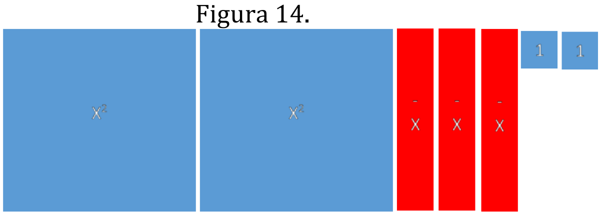
Para los signos acordaremos que el color azul representa lo positivo y lo rojo será lo negativo.

Es decir, intentando poner esto en dos dimensiones: tendremos la siguiente representación:



De tal forma que la expresión $2X^2 - 3X + 2$, podría expresarse de la forma que se presenta en la figura 14.

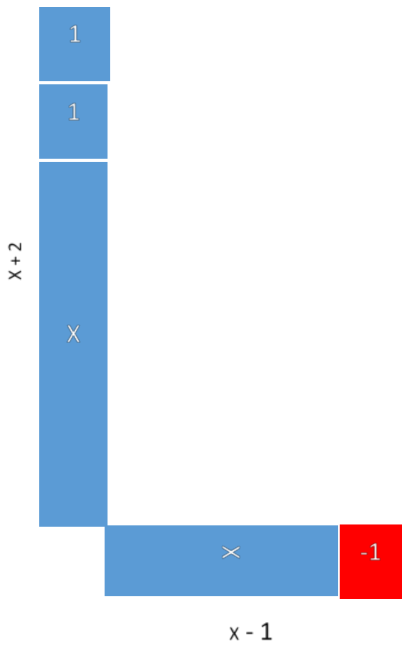
Figura 14.



NOTA: Aquí no se puede graficar X^3, por razones de dimensiones, más en la práctica si es posible.

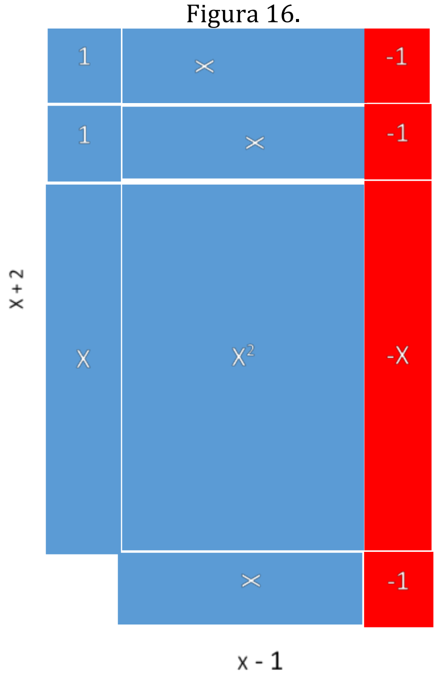
Luego recurrimos nuevamente al concepto de área y podemos representar el producto algebraico de (X+2)*(X-1), de la manera que se observa en la figura 15.

Figura 15.



Donde en el sentido vertical colocamos uno de los factores y en sentido vertical el otro, luego simplemente pedimos que rellenen con los elementos que poseen el espacio del rectángulo generado, tal como se aprecia en la figura 16, recordando simplemente las reglas de los signos, aplicando a nuestro ejemplo se tendrá lo que se observa a un lado.

Figura 16.



Se puede observar que el área se llena con un cuadrado azul, dos tiras azules, una tira roja y dos cuadraditos rojos que representaría:

$X^2 + 2X - 1X - 2$,

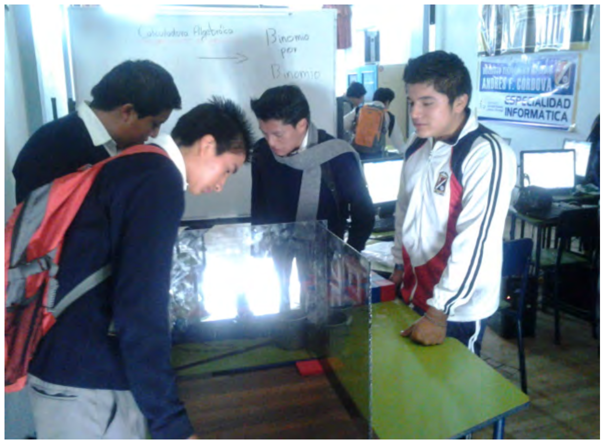
Que luego de reducir términos semejantes los X y los – X, se tendría: $X^2 + X - 2$, que justamente es el resultado analítico del producto planteado.

Con lo visto podemos hacer: producto de polinomios, factoreo, productos notables, división de polinomios, mas estas operaciones surgen de ubicar correctamente esos elementos simbólicos perfectamente tangibles. Es de indicarse que con estos conceptos hemos logrado, conjuntamente con nuestros alumnos construir una máquina que permite realizar las operaciones planteadas.

7. Cambios obtenidos

Con la aplicación de estos procesos se ha logrado que los alumnos tengan más interés en la materia de las matemáticas, lo que obviamente redundo en un mejoramiento académico, además el dictar clases se convierte en un espacio más amigable (fotografía 2), donde tanto el profesor como cada uno de los alumnos aportan para generar el nuevo conocimiento.

Fotografía 2. *Alumnos operando con la “calculadora Algebráica”*



Es notorio también como los alumnos se tornan más críticos y buscan de forma más efectiva los resultados, preguntan más y se logra que alumnos que generalmente no participaban en clase, sean más activos, buscando mostrar sus resultados.

El profesor busca siempre utilizar esta metodología para cualquier tema que tenga que explicar, generando más investigación.

8. Conclusiones

Con estos ejemplos, estimo se muestra como las matemáticas surgen de la practican y sirven para solucionar problemas de la vida práctica, reiterando que en ningún momento se busca opacar los desarrollos netamente teóricos que llegan al mismo resultado, más bien se propone buscar procesos más amigables que ayuden en el proceso enseñanza aprendizaje, que siempre es posible encontrarlos por cuanto las matemáticas surgen de lo concreto.

El proceso enseñanza aprendizaje de las matemáticas se sujeta a la razón histórica del desarrollo de la ciencia y lo práctico es la esencia de la misma.

Las matemáticas y la lógica están íntimamente relacionadas y su existencia se retroalimenta continuamente, por ello el razonamiento es el único medio valido que permite entender la ciencia, otro mecanismo distorsiona esta realidad.

La importancia de entender los procesos en matemáticas es vital para una comprensión cabal de la ciencia.

9. Recomendaciones

Los procesos de enseñanza aprendizaje de las matemáticas deben fundamentarse en el razonamiento y ser ajenos a la memorización, utilizando esta capacidad más bien como una herramienta de apoyo para la presentación del conocimiento.

La única manera de enseñar un proceso es fundamentándolo y ejecutándolo, el enumerar los pasos no ayuda y más bien confunde.

Referencias

Adams, J.L. (1999): Guía y juegos para superar bloqueos mentales, Gredosa, Barcelona.
De Alonso, M. (2002): Los juegos en el aula, Servicio de Publicaciones de CSI-CSIF.
Gardner, M. (1988): Matemática para divertirse, Granice, Barcelona.
Ramírez, R. (2003): "El ingenio no tiene edad", Encuentro de profesores de matemáticas de Primaria y Secundaria, Castellón 2003.
Ramírez, R. y Morales, S. (2002): "¿Cuánto de ingenio hay en un problema de ingenio?", Investigación en el aula de matemáticas. Resolución de problemas, Cardemos, J.M. y otros (Eds.),
Departamento de Didáctica de la Matemática y SAEM THALES, Granada, pp. 223-228.
Revista Quo, n. º 95, Agosto 2003, pp.110-111.
Stewart, I. (2000): Ingeniosos encuentros entre juegos y matemática, Gredosa, Barcelona.
Calvo-Fernández Pérez, Salvador (2001). «Estrella mágica de cinco puntas». Ministerio de Educación y Ciencia (España).
*[http://www.primaria.profes.net/especiales2.asp?id_contenido=35109 Estrellas mágicas, por Ramón García Solano]
*[http://descartes.cnice.mecd.es/materiales_didacticos/CuadMag/Estrellas_magicas.htm Estrellas mágicas, por Salvador Calvo-Fernández Pérez]

Anexos

Anexo 1.

Fotografía 3. Demostracion del Teorema de Pitagoras con esta metodologia

Anexo 2.

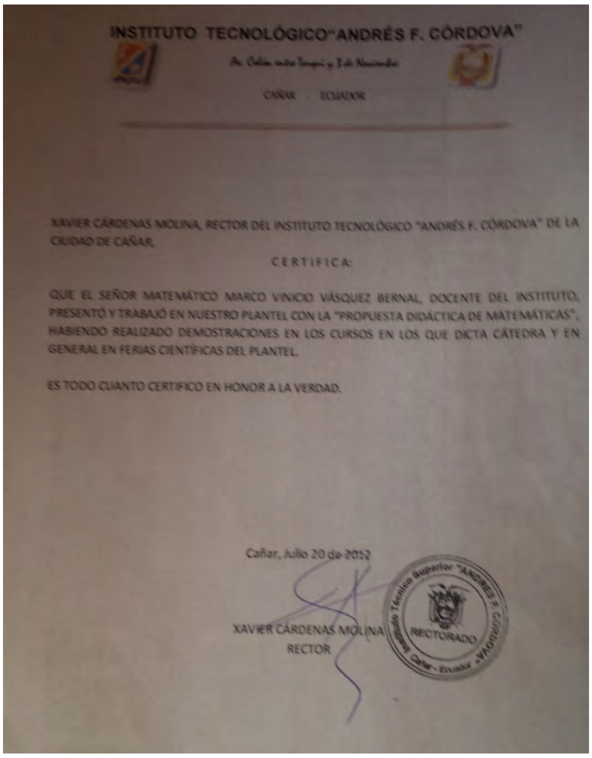
Fotografía 4. Trabajando con la maquina "calculadora algebraica"

Anexo 3

Fotografía 5. El cuadrado matematico "más grande del mundo"

Anexo 4

Certificación conferida por el lcdo. Xavier Cárdenas Molina, Rector de la Unidad Educativa cuando la innovación se presentó



INSTITUTO TECNOLÓGICO "ANDRÉS F. CÓRDOVA"

CAÑAR ECUADOR

XAVIER CÁRDENAS MOLINA, RECTOR DEL INSTITUTO TECNOLÓGICO "ANDRÉS F. CÓRDOVA" DE LA CIUDAD DE CAÑAR,

CERTIFICA:

QUE EL SEÑOR MATEMÁTICO MARCO VINICIO VÁSQUEZ BERNAL, DOCENTE DEL INSTITUTO, PRESENTÓ Y TRABAJÓ EN NUESTRO PLANTEL CON LA "PROPUESTA DIDÁCTICA DE MATEMÁTICAS", HABIENDO REALIZADO DEMOSTRACIONES EN LOS CURSOS EN LOS QUE DICTA CÁTEDRA Y EN GENERAL EN FERIAS CIENTÍFICAS DEL PLANTEL.

ES TODO CUANTO CERTIFICO EN HONOR A LA VERDAD.

Cañar, Julio 20 de 2012

XAVIER CÁRDENAS MOLINA
RECTOR

RECTORADO

Anexo 5

Certificación del dr. Víctor Cárdenas Ordoñez, actual Rector de la Institución que certifica la utilización positiva de la propuesta.

U... EDUCATIVA "ANDRÉS F. CÓRDOVA"
CAÑAR - ECUADOR
RECTORADO

Cañar, 27 de junio del 2014

Yo, Doctor. Víctor Cárdenas Ordoñez, RECTOR De la UNIDAD EDUCATIVA ANDRÉS F. CÓRDOVA, de la ciudad de Cañar, a petición verbal de la parte interesada,

CERTIFICO:

Que el docente matemático Marco Vinicio Vásquez Bernal, ha presentado y se halla en etapa de ejecución desde el año lectivo 2012- 2013 una propuesta de innovación pedagógica denominada **"PROPUESTA DIDACTICA DE MATEMATICA"**, misma que se viene desarrollando con los alumnos del establecimiento y ha dado resultados positivos para la Institución.

Es todo lo que puedo certificar en honor a la verdad, autorizando al peticionario a hacer del presente el uso que estime conveniente.

Atentamente,

RECTORADO

Dr. Víctor Cárdenas Ordoñez
RECTOR DE LA U.E. ANDRÉS F. CÓRDOVA