

Análisis de la formación matemática preuniversitaria con datos españoles y consecuencias en los estudios de Economía y Empresa: el caso de la Universidad de La Laguna

M. Carrillo Fernández, D.I. Cruz Báez, M.C. Gil Fariña, C. González Concepción,
C. Pestano Gabino, D.N. Sosa Martín
Universidad Europea de Canarias, España

Resumen: La heterogeneidad de los itinerarios preuniversitarios constituye una dificultad que condiciona el éxito de las programaciones docentes de las asignaturas iniciales en estudios universitarios. En este trabajo nos proponemos describir y analizar la formación matemática relativa a Análisis de Funciones y Álgebra en las etapas preuniversitarias usando tanto normativa española reciente como algunos datos del periodo 2001-2012 y las consecuencias en los estudios de Economía y Administración y Dirección de Empresas. Con este objetivo describimos ciertos aspectos del currículo normativo del sistema educativo español, los exámenes de Matemáticas en la Prueba de Acceso a la Universidad en la Comunidad Autónoma de Canarias y unos cuestionarios de nivel inicial realizados a alumnos que comienzan los estudios universitarios mencionados en la Universidad de La Laguna. Por último, realizamos un contraste estadístico con datos del curso 2012-2013 para valorar la relación entre la formación matemática preuniversitaria y las calificaciones logradas en la primera asignatura de Matemáticas de dichos estudios universitarios en la Universidad de La Laguna. El problema que analizamos, si bien en la fase final del estudio usa sólo datos del último curso académico en dicha universidad, conjeturamos que las consecuencias que mostramos son más generales.

Palabras clave: enseñanza preuniversitaria, matemáticas, análisis de funciones, álgebra; títulos universitarios en Economía y Administración y Dirección de Empresas

Abstract: The heterogeneity of pre-university itineraries determines the educational programming success of the initial subjects in university studies. In this paper, we describe and analyze the mathematical training concerning Function Analysis and Algebra in pre-university stages, using both recent Spanish legislation as well as some data for the period 2001-2012, and the consequences in Economics and Business degrees. With this to aim for, we describe certain aspects of the curriculum for the Spanish education system, the mathematics exams in university admission tests (PAU) in the Canary Islands and initial level questionnaires made to students starting the above referred studies in the University La Laguna. Finally, we perform a statistical test on 2012-2013 data to assess the relationship between pre-college mathematics education and grades in the first subject of Mathematics of those studies at the University of La Laguna. As for the problem discussed, although the final phase of the study only uses data from the last academic year, we can guess that the consequences shown are rather more general.

Keywords: High School Education, Mathematics, Function Analysis, Algebra University Degrees in Economics and Business

Introducción

En el campo económico-empresarial es unánime la concepción de las Matemáticas como pilar básico sobre el que se asienta la formación de sus futuros profesionales. Las aportaciones de distintas áreas de la disciplina matemática, como por ejemplo, Matemática Financiera, Programación Matemática, Teoría de Juegos o Estadística, a los estudios económico-empresariales son, sin duda, destacadas. Sin embargo, observamos que una amplia mayoría de los



alumnos de primer curso de estudios universitarios, actualmente Grados, fracasan en la adquisición de las competencias matemáticas básicas.

Las referencias consultadas nos confirman las dificultades existentes y la importancia de adquirir una competencia matemática que permita al estudiante saber hacer y actuar por medio de recursos matemáticos en contextos diversos y variados como es el ámbito económico-empresarial. La competencia matemática pone de manifiesto lo que los escolares hacen con lo que han aprendido, resalta la transversalidad de las capacidades matemáticas, pone énfasis en las actitudes y también en aspectos sociales como la comunicación y la argumentación (Rico y Lupiáñez, 2008).

Desde nuestra propia experiencia en el aula, podemos afirmar que aún no se ha conseguido una solución mínimamente adecuada que garantice el éxito de la docencia de Matemáticas en los primeros cursos universitarios a pesar de ser la competencia matemática una de las competencias básicas en la Educación Obligatoria en la que los estudiantes han de adquirir las capacidades multinivel relativas a pensar y razonar matemáticamente, argumentar, comunicar, modelizar matemáticamente, plantear y resolver problemas, representar, utilizar un lenguaje simbólico y emplear herramientas y soportes tecnológicos.

Con el fin de identificar las claves del problema y realizar alguna aportación al respecto, este trabajo se enmarca en un contexto teórico-práctico basado en el estudio de los currículos implicados y la recogida de datos sobre conocimientos observados en los alumnos con el fin de realizar una propuesta de vías alternativas de actuación.

Con este objetivo, estructuramos el trabajo como sigue. En el apartado 2 describimos resumidamente una parte de los aspectos teóricos mediante la evolución en la última década de los currículos de Bachillerato, prestando especial atención a Matemáticas I y II (MAT I y II) y Matemáticas para Ciencias Sociales I y II (MACS I y II), según normativas del estado español así como los requisitos de acceso a la universidad española (para más detalle ver Carrillo Fernández et al., 2012).

En el apartado 3, se completa el contexto teórico analizando el contenido, según modalidad, de Análisis y Álgebra en Bachillerato en las últimas tres normativas, y en los exámenes de Matemáticas en la Prueba de Acceso a la Universidad (PAU) realizada en la Comunidad Autónoma de Canarias (CAC) durante el periodo 2001-2012, en base a una serie de conceptos que consideramos básicos. A lo largo de todo el trabajo, generalmente hablamos de formación matemática básica refiriéndonos exclusivamente a la de bloques temáticos en Análisis y Álgebra ya que, por un lado, estos constituyen los únicos bloques comunes en MAT y MACS, y por otro, por ser las primeras materias de Matemáticas que cursan los alumnos universitarios en titulaciones de Administración y Dirección de Empresas (ADE) y Economía (ECO) en la Universidad de La Laguna (ULL). Así, dejamos fuera de nuestro estudio los bloques de Geometría y Estadística porque no forman parte del currículo correspondiente a dichas primeras Matemáticas. El bloque de Geometría no aparece explícitamente en el currículo de las titulaciones universitarias señaladas mientras que el de Estadística se estudia más tarde en asignaturas específicas por su alto interés.

Entendemos que la PAU es representativa de la formación matemática preuniversitaria ya que constituye la única prueba común, si bien opcional, sobre conocimientos de alumnos de Bachillerato con independencia del centro de procedencia y, además, el mecanismo más común de acceso a titulaciones universitarias, tras una ordenación por calificaciones obtenidas para aquellas con límite de plazas. En este apartado 3 mostramos los primeros resultados prácticos completando los datos presentados en Carrillo Fernández et al. (2012) sobre porcentajes de superados y notas medias en PAU en el periodo señalado e ilustramos, en particular, las condiciones de acceso a estudios universitarios de ADE y ECO. También mostramos resultados más detallados de 2012 sobre un cuestionario, acerca de conocimientos matemáticos básicos, realizado por alumnos de segundo curso de Bachillerato con independencia de la elección de futuros itinerarios.

En el apartado 4, ilustramos las condiciones de acceso a ECO y ADE en la ULL y las calificaciones logradas por el alumnado que comienza dichas titulaciones en los cuestionarios de nivel

inicial en los últimos cuatro cursos académicos, mostrando más detalladamente los resultados logrados por los alumnos que comenzaron ADE en 2012-2013 en el mismo cuestionario realizado anteriormente por alumnos de Bachillerato.

Por último, en el apartado 5 contrastamos estadísticamente la influencia de la formación matemática preuniversitaria en el éxito de la primera asignatura de contenido matemático que se cursa en el Grado de ECO (GECO) y el Grado de ADE (GADE) usando los datos del curso 2012-2013.

El trabajo finaliza con unas breves conclusiones y recomendaciones para un aprendizaje más significativo por parte de los alumnos desde una base curricular general del contenido matemático que permita organizar, diseñar y gestionar actividades donde los estudiantes desarrollen competencias matemáticas multinivel que los sitúen en una posición adecuada para su acceso a los estudios universitarios de GADE o GECO.

Normativas de los currículos de matemáticas y vías de acceso a la universidad española en titulaciones de Economía y Empresa

Con el fin de descubrir la formación matemática impartida en Bachillerato, analizamos en esta sección cómo se estructura la etapa según la normativa educativa vigente actualmente en el territorio español. La Ley Orgánica de Educación (LOE), cuyo desarrollo reglamentario encontramos en el R.D. 1467/2007, nace con el objetivo de asentarse sobre principios de calidad, esfuerzo y competitividad en el marco del Espacio Europeo de Educación Superior y de consolidar las distintas etapas educativas ya existentes, Infantil, Primaria, Secundaria y Superior, poniendo especial énfasis en la atención a la diversidad del alumnado y en la prevención de las dificultades de aprendizaje. Centrándonos en lo que se refiere al Bachillerato (incluido en Secundaria), cuya implantación se inició en 2008-2009, la LOE no supuso cambios sustanciales respecto a la normativa anterior, la Ley Orgánica General del Sistema Educativo (LOGSE). A grandes rasgos, el Bachillerato se estructura en dos cursos, cada uno de los cuales posee una base común que se completa con un conjunto de materias específicas de la modalidad elegida por el alumno. En el área de Matemáticas se incluyen MACS I y II como materias elegibles en la modalidad de Humanidades y Ciencias Sociales así como MAT I y II en la modalidad de Ciencias y Tecnología. Sin embargo, al ser las materias de modalidad elegidas libremente por el alumno, es posible superar el Bachillerato sin haber adquirido ningún tipo de formación matemática durante dicha etapa.

El currículo de Matemáticas en Bachillerato

En lo que se refiere a los contenidos curriculares de las materias de Matemáticas en el Bachillerato para la CAC, la LOE (Decreto 202/2008) destaca de manera especial el reconocimiento del valor formativo de las Matemáticas para desarrollar las capacidades de autonomía y autoaprendizaje, mejorar las estructuras mentales y fomentar la constancia, la perseverancia y la creatividad. La redacción de los objetivos básicos de las materias difieren, sin embargo, según la modalidad a la que hacen referencia: mientras en Ciencias y Tecnología se desarrollan objetivos encaminados a la comprensión de conceptos y procedimientos, a su utilización con autonomía y eficacia y a valorar las argumentaciones razonadas y las demostraciones rigurosas, en Humanidades y Ciencias Sociales se pone más énfasis en el conocimiento de los procedimientos, la interpretación de datos y mensajes procedentes de medios de comunicación y a mostrar una mentalidad abierta a la resolución de nuevas situaciones. Como consecuencia, los contenidos incluidos en el currículo de MACS I y II tienen un carácter, por lo general, más intuitivo y con un nivel de profundización sensiblemente inferior que los correspondientes a MAT I y II.

Según lo dispuesto en el último Decreto 202/2008 publicado en el BOC nº 204 de 10 de Octubre de 2008, el contenido de las Matemáticas de Bachillerato se distribuye en los bloques temáticos indicados en la Tabla 1.

Tabla 1: Currículo de Matemáticas de Bachillerato, según la LOE

1º de Bachillerato	
MAT I	MACS I
I. Habilidades básicas y actitudes	I. Habilidades básicas y actitudes
II. Aritmética y Álgebra	II. Aritmética y Álgebra
III. Geometría	III. Análisis
IV. Análisis	IV. Probabilidad y Estadística
V. Estadística y probabilidad	
2º de Bachillerato	
MAT II	MACS I
I. Habilidades básicas y actitudes	I. Habilidades básicas y actitudes
II. Álgebra Lineal	II. Álgebra
III. Geometría	III. Análisis
IV. Análisis	IV. Probabilidad y Estadística

Fuente: *Elaboración propia a partir del Decreto 202/2008 (BOC nº 204 de 10 de octubre de 2008), 2013.*

En cuanto al segundo curso de Bachillerato, el contenido de cada bloque, exceptuando el primero, se desglosa resumidamente como indica la Tabla 2.

Tabla 2: Currículos de MAT II y MACS II por bloques temáticos

BLOQUE	Contenidos de MAT II
ÁLGEBRA LINEAL	Matrices y determinantes Sistemas de ecuaciones
GEOMETRÍA	Vectores en el espacio Geometría afín Geometría métrica
ANÁLISIS	Funciones Límites de funciones. Continuidad Derivadas. Técnicas de derivación Aplicaciones de las derivadas Representación de funciones y cálculo de primitivas Integral definida. Aplicaciones
BLOQUE	Contenidos de MACS II
ÁLGEBRA	Matrices Sistemas de ecuaciones. Método de Gauss Programación Lineal
ANÁLISIS	Límites de funciones. Continuidad Derivadas. Técnicas de derivación Aplicaciones de la derivada primera. Monotonía y curvatura Aplicaciones de la derivada segunda. Optimización y representación de funciones

BLOQUE	Contenidos de MAT II
PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA	Probabilidades e inferencia

Fuente: Elaboración propia a partir del Decreto 202/2008 (BOC nº 204 de 10 de octubre de 2008), 2013.

La Prueba de Acceso a la Universidad

Según lo dispuesto en la normativa vigente, la PAU tiene por finalidad verificar “la madurez académica del alumnado, así como los conocimientos y capacidades adquiridos en el Bachillerato y su capacidad para seguir con éxito las enseñanzas universitarias oficiales de Grado”, si bien se utiliza también como un mecanismo de filtro y ordenación del alumnado para su acceso a centros con límite de plazas.

Con la LOE se introducen cambios relevantes en la PAU. Por un lado, la prueba pasa a estar organizada en dos fases: una fase general obligatoria y una fase específica voluntaria. La primera puntúa sobre 10 y decidirá la superación de la prueba. La segunda permite mejorar la calificación obtenida en la fase general y pondera según la titulación a la que se solicita acceso, pudiendo otorgar hasta 4 puntos adicionales que pueden llegar a ser determinantes de cara a la admisión en ciertas enseñanzas universitarias. Por otro lado, la actual PAU deja mayor libertad al alumno a la hora de elegir de qué asignaturas se examina, en contraposición a la normativa anterior que vinculaba dos materias de modalidad a cada una de las vías de acceso a la universidad.

En la actualidad, tanto MAT II como MACS II puntúan en la fase específica de las titulaciones de ECO y ADE con la máxima ponderación (0,2) en la ULL (al igual que otras materias como Economía de la Empresa, Geografía, Historia del Arte, Latín, Biología y Química). No obstante, la eliminación de las materias vinculadas a la fase general junto con la optatividad de la fase específica hace que sea relativamente fácil superar la PAU sin haberse examinado de Matemáticas. En definitiva, la nueva PAU no incentiva a cursar Matemáticas en Bachillerato.

Otras vías de acceso a la Universidad

Aunque la mayoría de alumnos universitarios procede de Bachillerato y PAU, los hay que proceden de otras vías en las que la formación en Matemáticas es deficitaria o inexistente. En concreto, se empieza a notar el acceso de alumnos procedentes de Ciclos Profesionales, que pueden acceder a las enseñanzas de Grado directamente, sin necesidad de superar ningún tipo de prueba de acceso. Con la normativa vigente, en algunos de los títulos de Ciclo Formativo de Grado Superior que permiten el acceso a las titulaciones de la Rama de Conocimiento de Ciencias Sociales la presencia de Matemáticas es inexistente.

Otra vía de acceso, que se contemplaba ya desde los años setenta, se dirige a las personas mayores de 25 años que no poseen título de bachiller (o equivalente), tras la superación de una prueba específica. Además, la LOE introdujo también condiciones específicas para los mayores de 45 y, en particular, para aquellos que habiendo cumplido 40 años acreditaran una determinada experiencia profesional o laboral. Aunque las Pruebas de Acceso para Mayores de 25 y 45 se asocian obligatoriamente a la realización de un curso de acceso preparatorio, en los exámenes de Matemáticas en estas pruebas tan sólo se exigen cuestiones muy básicas, incluso de nivel inferior a 4º de Enseñanza Secundaria Obligatoria.

En definitiva, con la normativa actual, en titulaciones universitarias como las relacionadas con Economía y Empresa, que presuponen una formación matemática previa, pueden matricularse alumnos que no han cursado Matemáticas en etapas anteriores recientes o que, aun habiéndolas cursado, sus conocimientos no han quedado reflejados en el mecanismo de acceso. En efecto,

puede ocurrir porque o bien no acceden vía PAU o bien porque, habiendo realizado dicha prueba, no se han examinado de ninguna materia de Matemáticas.

En definitiva, el Libro Blanco de los títulos de Grado en Economía y Empresa (2005) y diversos trabajos como, por ejemplo, Molina (2001) señalan que la formación económica recibida en la enseñanza secundaria, y en particular, la formación matemática, es uno de los puntos críticos que condicionan el proceso formativo de los futuros economistas.

Para finalizar esta sección, conviene señalar que actualmente está en trámite legislativo un nuevo anteproyecto de ley de educación, el de la Ley Orgánica para la Mejora de la Calidad Educativa (LOMCE), que propone nuevos cambios aún pendientes de aprobación definitiva.

Análisis de los conocimientos matemáticos preuniversitarios en la CAC

Tras haber analizado la estructura del Bachillerato y los modos de acceso a la Universidad, pretendemos indagar con mayor profundidad en el nivel de conocimientos matemáticos que adquieren los alumnos en su etapa preuniversitaria. Para ello, comenzamos analizando más detalladamente los contenidos de los currículos de Matemáticas en Bachillerato según la modalidad cursada, desarrollados para la CAC en el Decreto 202/2008. Además, como estas normativas por sí solas no aportan certeza sobre el nivel de formación matemática preuniversitaria, ya que la profundidad de los contenidos curriculares puede variar según los centros, hemos valorado utilizar dos alternativas complementarias consistentes en examinar, o bien el contenido de los libros de texto de Bachillerato (como representativo de lo que deberían estudiar), o bien el contenido de los exámenes de Matemáticas en PAU (como representativo de lo que estudian). Debido a la gran variedad de libros de texto usados, cuando se usan, según centros y a que la PAU es una prueba común para todos los alumnos de Bachillerato que deseen realizarla con independencia del centro de procedencia, por homogeneidad y simplicidad, hemos optado por la segunda vía. Consideramos que esta permite estimar los conocimientos adquiridos por los alumnos, al menos, en segundo curso de Bachillerato que, como sabemos, constituye en la práctica un curso preparatorio para la PAU.

Ese análisis lo planteamos para los bloques de Análisis y Álgebra, comunes en MAT II y MACS II, y en base a una serie de conceptos que, siguiendo los libros de texto de MAT y MACS y nuestra experiencia docente, consideramos básicos para iniciarse en estudios universitarios de Economía y Empresa. Dichos conceptos los introducimos en el apartado 3.1 y, siguiendo a Carrillo Fernández et al. (2012), analizamos en los apartados 3.2 y 3.3, respectivamente, su presencia en los currículos y en los exámenes de PAU de la CAC en el periodo 2001-2012 (<http://www.gobiernodecanarias.org/educacion/General/pwv/scripts/materias.asp>).

Elección de conceptos básicos

Consideramos los siguientes conceptos básicos fundamentales para iniciarse en estudios universitarios de ECO y ADE, si bien muchos de ellos se retoman y profundizan en el primer curso de dichas titulaciones, tanto en la teoría como en las aplicaciones específicas en estas materias.

1. Operaciones básicas con números
2. Proporciones y porcentajes
3. Expresiones algebraicas polinómicas
4. Fracciones algebraicas
5. Ecuaciones polinómicas de grado menor o igual que 2
6. Ecuaciones polinómicas de grado mayor que 2
7. Inecuaciones sencillas de una o dos variables
8. Exponencial y logaritmo
9. Expresiones algebraicas con exponenciales y logaritmos
10. Trigonometría básica (seno, coseno, tangente como medidas de ángulos)
11. Estudio intuitivo de función real de una variable real
12. Estudio formal de función real de una variable real

13. Concepto intuitivo de límite de funciones reales de una variable real
14. Cálculo de límites y continuidad de funciones reales de una variable real
15. Funciones a trozos
16. Concepto intuitivo de derivada
17. Concepto formal de derivada
18. Reglas de derivación y cálculo de derivadas
19. Optimización de funciones/Programación no lineal
20. Gráficas de funciones polinómicas (sin estudio analítico)
21. Gráficas de funciones polinómicas (con estudio analítico)
22. Gráficas de funciones racionales de polinomios (estudio analítico)
23. Gráficas de funciones exponenciales y logarítmicas (estudio analítico)
24. Resolución de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas
25. Resolución de sistemas de más de dos ecuaciones y/o más de dos incógnitas
26. Operaciones con matrices
27. Determinante de una matriz cuadrada
28. Inversa de una matriz cuadrada
29. Planteamiento-interpretación de problemas reales en relación con alguno de los conceptos anteriores
30. Concepto de integral de Riemann
31. Cálculo de integrales indefinidas
32. Cálculo de integrales definidas
33. Programación lineal

Presencia de los conceptos básicos en el currículo de Matemáticas en cada modalidad

Analizando en detalle los currículos oficiales de MACS y MAT para la CAC (Decreto 202/2008) se evidencian diferencias significativas en el tratamiento de los conceptos básicos listados en el apartado anterior. Destaca particularmente la ausencia en MACS I de los conceptos 3, 4, 5, 9 y 10, junto con los conceptos 14, 27, 28, 30, 31 y 32 en MACSII, que sí se incluyen en los programas de MAT I y MAT II, respectivamente. Evidentemente, estas carencias son coherentes con los objetivos de carácter intuitivo que se persiguen en MACS frente a la formación mucho más técnica que se busca en MAT, y permiten establecer diferencias claras en los conocimientos adquiridos por los alumnos según la modalidad elegida.

También resulta interesante analizar de qué manera las últimas reformas educativas han modificado los programas de estas asignaturas. Siguiendo a Carrillo Fernández et al. (2012), se puede decir que en MACS las sucesivas reformas han incidido al alza en los aspectos más intuitivos y gráficos de los temarios, perdiendo cierto nivel de profundización en cuestiones básicas como el cálculo de límites o derivadas, llegando en algunos casos a la completa eliminación de conceptos, como los que se relacionan con las integrales. En cuanto a MAT, se podría decir que las últimas reformas han evolucionado en el sentido de "más es mejor", incorporando sobre todo en el primer curso nuevos conceptos, por ejemplo, una iniciación al cálculo de derivadas y su aplicación a la resolución de problemas de optimización. En todo caso, se observa que los programas de MAT I y II han conservado una evolución más uniforme que los homólogos de MACS I y II a lo largo de las tres últimas normativas.

Presencia de los conceptos básicos en los exámenes de MAT II Y MACS II en PAU

Para la preparación de la PAU, por razones de eficiencia organizativa y garantía de éxito, los centros deben atenerse a las directrices dictadas por las llamadas *Subcomisiones de Materia*, quienes elaboran los exámenes y fijan los criterios de corrección. Por su lado, las reuniones de coordinación permiten definir y concretar los contenidos de los programas de Bachillerato que serán evaluables en la PAU.

Según la distribución recomendada por las Subcomisiones para Matemáticas, los contenidos evaluables en la PAU en los últimos cursos de acuerdo con el currículo del actual Bachillerato en la CAC queda como sigue:

- Con respecto a MAT II, se recomienda el Análisis como bloque prioritario (ver Figura 1), destacando la dedicación al cálculo de derivadas e integrales inmediatas y cambios de variables sencillos, sin considerar el método de integración por partes. Se hace hincapié además en las integrales definidas y en sus aplicaciones. El bloque de Álgebra se centra en el estudio y aplicaciones de matrices y determinantes.

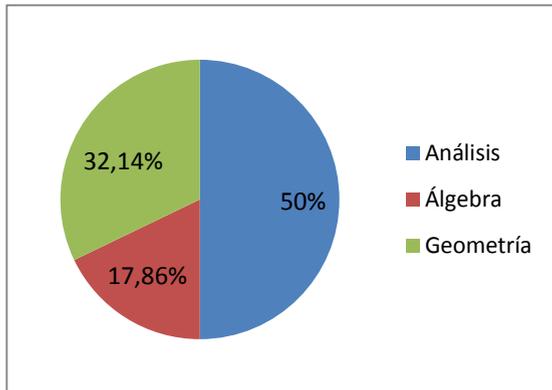


Figura 1. Temporalización semanal recomendada por bloques temáticos en MAT II

Fuente: *Elaboración propia a partir de las actas de la Subcomisión de Matemáticas II para la PAU en los cursos 2010-2011 y 2011-2012. Comunidad Autónoma de Canarias, 2013.*

- Por lo que respecta a MACS II, el bloque prioritario es Estadística (ver Figura 2) ocupando el primer trimestre. En el bloque de Análisis se trabajan los conceptos con funciones elementales: polinómicas, racionales con denominador de hasta segundo grado, funciones exponenciales y logarítmicas sencillas. En cuanto a la optimización se aplica a modelos polinómicos de segundo grado y se ha eliminado la integración. En el bloque de Álgebra se incide únicamente en la suma y producto de matrices -no se trata el concepto de determinante- y en la resolución de sistemas de ecuaciones lineales con dos o tres variables y, como máximo, tres ecuaciones. Se da una introducción a la programación lineal bidimensional y al uso de métodos gráficos y analíticos sencillos.

En las actas de coordinación consultadas se señalan las dificultades futuras que encontrarán los alumnos que, cursando MACS en Bachillerato, quieran realizar estudios de Economía o ADE. Por ello se insiste en la conveniencia de orientar a dichos alumnos hacia otra formación más adecuada de Matemáticas, sobre todo en cálculo.

Un análisis pormenorizado de los exámenes propuestos en PAU revela un modelo bastante predecible, tanto en la estructura como en los contenidos evaluados. En lo que respecta a la estructura, el examen se organiza habitualmente en cuatro preguntas, dos de Análisis, una de Álgebra y una de Geometría en el caso de MAT II y dos preguntas de Estadística, una de Análisis y, o bien, una de Álgebra o bien una de Programación Lineal en el caso de MACS II. Por otro lado, se observa que el contenido en los exámenes en PAU, tanto en MAT II como en MACS II, queda concentrado en una parte de los conceptos que hemos considerado básicos y se repite año tras año casi con la misma estructura teniendo por tanto los alumnos la posibilidad de eludir muchos conceptos. Por ejemplo, en MACS II, al margen de los eliminados del programa de Bachillerato por normativa, como es el caso de los relativos a cálculo integral (30, 31 y 32), los conceptos 6, 7, 8, 9, 10, 21, 22, 23, 26, 27 y 28 no han aparecido nunca o tan solo ocasionalmente desde la implantación de la LOE. Además, algunos conceptos como 13, 16 y 17 (fundamentales en Análisis) no

entraron en ninguna opción del curso 2010-2011. En MAT II están presentes la mayor parte de los conceptos a excepción del 2, 7, 23 y 33 (este último no figura en el currículo), aunque conceptos como el, 4, 6, 22 y 24 tienen escasa aparición.

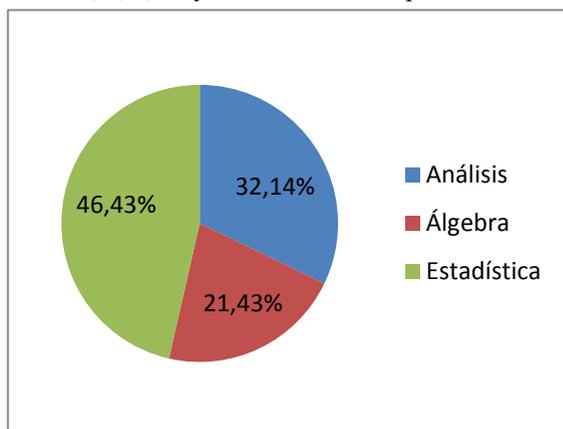


Figura 2. Temporalización semanal recomendada por bloques temáticos en MACS II
Fuente: Elaboración propia a partir de las actas de la Subcomisión de Matemáticas II para la PAU en los cursos 2010-2011 y 2011-2012. Comunidad Autónoma de Canarias, 2013.

El patrón descrito, que se ajusta con bastante precisión a las pruebas realizadas hasta ahora tanto en MACS II como en MAT II, dota a la prueba de un elevado grado de previsibilidad por parte de los alumnos. Cabe señalar además que dicho patrón ya se venía observando incluso en años anteriores a la implantación de la LOE (Carrillo Fernández et al., 2012).

Conocimientos de los conceptos matemáticos básicos por los alumnos de Bachillerato

Para identificar el nivel de conocimientos matemáticos en los conceptos básicos que adquieren los alumnos preuniversitarios según la opción de Matemáticas cursada en Bachillerato, elaboramos un cuestionario de opción múltiple a tal efecto (Figura 3), centrándonos en aquellos conceptos que consideramos más relevantes al comienzo de GADE o GECO (Tabla 3), y lo realizamos durante el mes de Mayo de 2012 en diversos Institutos de Enseñanza Secundaria de la isla de Tenerife.

- Señala qué asignatura estás cursando:

- Matemáticas II Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II

- ¿Tienes como posible opción estudiar alguna titulación de Grado en materias de economía, comercio, finanzas o empresas...?

- Sí No

En las siguientes preguntas marca con una X la respuesta correcta:

1. El valor de $\frac{(x^2-2x+1)(x+1)}{(x^2-1)(x-2)}$ equivale a :

- $\frac{x-1}{x-2}$
- $x^2 - 4x + 2$
- $\frac{x+2}{x+1}$
- $\frac{(x-2)(x-1)}{x+1}$

2. Jonay pagó 1950 € de impuesto de transmisiones por un piso que compró con su hermano, suponiendo esta cantidad el 6.5% del 50% del precio pagado por el piso. Por tanto, el piso costó:

- 30000 €.
- 63375 €.
- 60000 €.

Ninguna de las anteriores es cierta.

3. Señalar cuál de las siguientes propiedades es cierta ($x, y > 0$):

$\frac{\log x}{\log y} = \log x - \log y$.

$\log \frac{x}{y} = \log x - \log y$.

$\log(xy) = \log x \cdot \log y$.

$\log(1-x) = -\log x$.

4. Si $y = \sin x$, e $y = 2$, entonces:

$x = 2$.

x es un ángulo del segundo cuadrante.

$\cos x = -2$.

No puede ser, el seno toma siempre valores tales que $|y| \leq 1$.

5. El padrino de un niño le ingresó en una cuenta bancaria 3000 € que van a ganar unos intereses y a convertirse en una cantidad que varía con el tiempo t (en años desde el nacimiento), según la función $C(t) = 3000(1.08)^t$. Entonces, para tener 6000 € en esta cuenta deben pasar:

Aproximadamente, 9 años.

Aproximadamente, 1.6 años.

Nunca llegará a tener 6000 €.

Ninguna de las anteriores es cierta.

6. La ecuación $(x-1)(x+1) = 3$:

Tiene por raíces los valores $x=1$ y $x=-1$.

No tiene ninguna raíz real.

Tiene sólo una raíz real, que es $x = -2$.

Tiene dos raíces reales y ninguna vale 1.

7. Dadas las funciones $f(x) = (\ln x)^{1/2}$ y $g(x) = x^3$, señalar cuál de las siguientes afirmaciones se verifica:

$g(f(x)) = \frac{3}{2} \ln x$.

$g(f(x)) = \sqrt{3 \ln x}$.

$f(g(x)) = \frac{3}{2} \ln x$.

$f(g(x)) = \sqrt{3 \ln x}$.

8. El $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^2-1}$:

Vale 0/0.

Vale 1/2.

No existe.

Vale 1.

9. La función $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$ tiene:

Una asíntota vertical en $x=2$.

Una asíntota vertical en $x=1$.

Una asíntota horizontal en $y=2$.

Una asíntota vertical en $x = -2$.

10. La función $f(x) = \frac{2x+1}{2x^2+3x-2}$:

No es continua en $x=-1/2$.

Es continua en $x=1/2$.

No es continua en $x=2$.

Es continua en $\mathbb{R} - \{1/2, -2\}$.

11. La derivada de $y = f(x) = 3e^{-4x} + x \ln x$ es:

$-12e^{-4x} + x + \frac{1}{x}$.

$3e^{-4x} + \frac{1}{x}$.

$-12e^{-4x} + 1 + \ln x$.

Ninguna de las anteriores es cierta.

12. Si una función $f(x)$ es derivable en un punto, entonces:

Es continua en ese punto.

No está definida en ese punto.

Su función derivada es continua en ese punto

Ninguna de las anteriores es cierta.

13. La función $f(x) = x^4 - 2x^2$:
- Es creciente para todos sus valores.
 - Es decreciente en $(-1,0) \cup (1, \infty)$.
 - Es decreciente en $(-\infty, -1) \cup (0,1)$.
 - Ninguna de las anteriores es cierta.
14. La función $f(x) = 1/x$, para $x > 0$, verifica que:
- $f'(x) = 1/x^2$.
 - $f''(x) = 1$.
15. El sistema de ecuaciones lineales
- $$\left. \begin{array}{l} x + 2y + 3z = 0 \\ x + y - z = 0 \\ 2x + 5z = 0 \end{array} \right\} :$$
- Tiene un conjunto infinito de soluciones.
 - No tiene solución real.
 - Tiene una sola solución, que es $x=y=z=0$.
 - Tiene exactamente tres soluciones.

Figura 3. Cuestionario de nivel sobre ciertos conceptos básicos
Fuente: *Elaboración propia, 2012.*

Tabla 3: Presencia de conceptos básicos elegidos en el cuestionario de nivel

Pregunta del cuestionario	Concepto básico evaluado
1	1,3,4,5
2	2,29
3	8,9
4	10
5	8,9,29
6	3,5
7	11,12
8	14
9	14,22
10	14
11	17,18
12	16,17
13	6,16,20,21
14	17,20
15	25

Fuente: *Elaboración propia, 2012.*

Se contabilizaron el número de aciertos, fallos y no respondidas para cada una de las cuestiones, según la asignatura cursada (Figuras 4 y 5) lo que nos permitió identificar que los alumnos con mayor tasa de efectividad observada proceden de MAT II. No obstante, los alumnos que respondieron el cuestionario sabían que no tenía carácter evaluativo, por lo que es posible que en ocasiones respondieran sin la suficiente reflexión. Se constata un nivel relativamente bajo de aciertos, para alumnos procedentes de ambas opciones, en preguntas como las 2, 7, 8, 11 y 13.

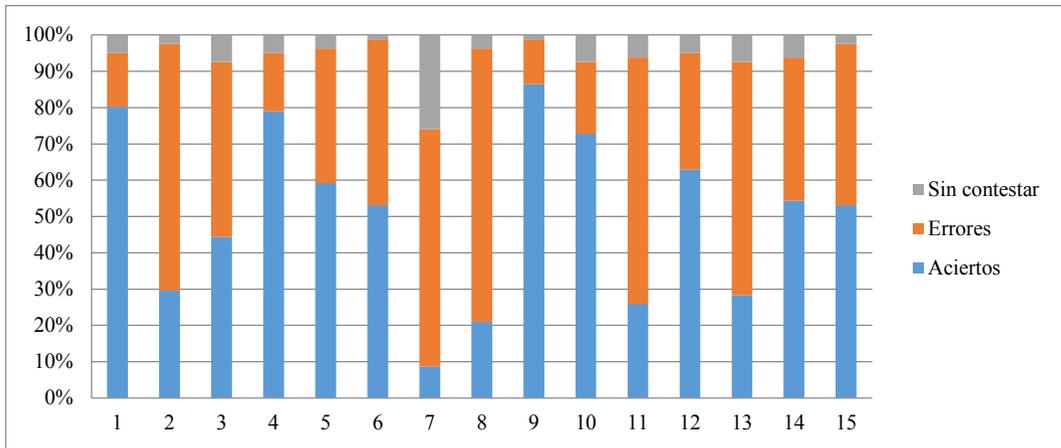


Figura 4. Respuestas de los alumnos de Bachillerato que cursaban MAT II
Fuente: *Elaboración propia a partir del test propuesto, 2012.*

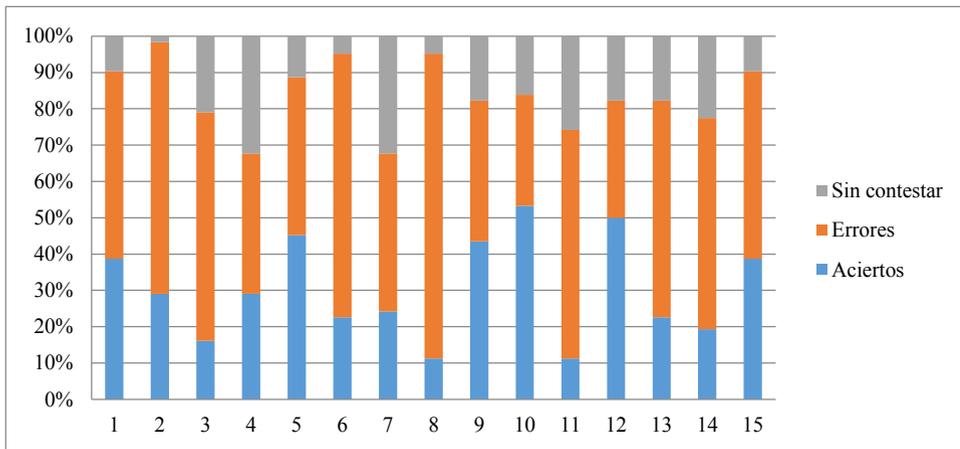


Figura 5. Respuestas de los alumnos de Bachillerato que cursaban MACS II
Fuente: *Elaboración propia a partir del test propuesto, 2012.*

En lo que respecta a la valoración global del ejercicio, cabe señalar que un 44,4% de los alumnos de MAT II obtuvieron un resultado notable (8 o más aciertos), mientras que dicho porcentaje se cifra en un 4,8% para los de MACS II. Un 12,3% de los alumnos de MAT II frente a un 43,5% de los de MACS II obtuvieron un resultado muy bajo (4 o menos aciertos). El contraste de Chi-cuadrado realizado sobre los datos del número de aciertos según la asignatura nos lleva a rechazar la independencia entre las variables ($p=0$). Por tanto, podemos admitir, con algunas precauciones debidas a requisitos estadísticos de este tipo de contrastes, que el nivel de éxito en el cuestionario de conocimientos básicos difiere según la asignatura cursada.

Debido a la gran variedad de itinerarios que pueden seguir en el futuro estos alumnos, prestamos especial atención a aquellos, tanto de MAT II como de MACS II, que declararon tener “intención” de cursar estudios relacionados con Economía o Empresa (Figura 6) y observamos también tasas muy bajas de aciertos en las cuestiones básicas 2, 7, 8, 11 y 13. En esta selección de alumnos el porcentaje de aciertos es menor al porcentaje de fallos en 10 de las 15 preguntas del cuestionario.

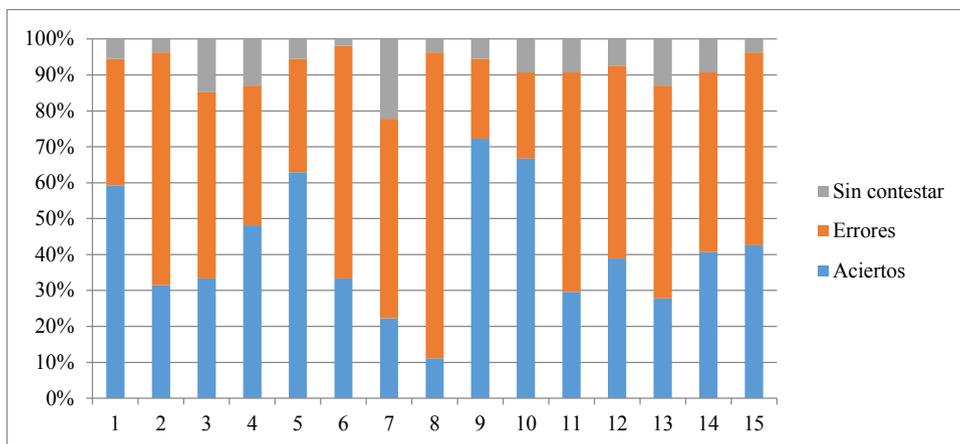


Figura 6. Respuestas de alumnos de Bachillerato que declaran intención de cursar estudios de economía o empresa

Fuente: *Elaboración propia a partir del test propuesto, 2012.*

Perfil del alumnado de primer curso en titulaciones de ECO y ADE en la ULL

Conicionados por los datos disponibles, describimos a continuación el perfil de alumnos que inician las titulaciones de ECO y ADE en la ULL. Por un lado, consideramos los que acceden vía PAU en base a sus calificaciones obtenidas globalmente en PAU y particularmente en Matemáticas según modalidad y, por otro lado, de todos los matriculados en dichas titulaciones en base a su calificación en un cuestionario inicial que abarca los conceptos básicos definidos en el apartado 3.2.

Acceso a los estudios universitarios en ADE y ECO vía PAU

Debido al número de plazas ofertadas por la ULL para cursar estas titulaciones, las notas de corte para el acceso en los últimos ocho cursos se muestran en la Tabla 4. La presencia de celdas vacías en ECO refleja que para el curso mencionado no se limitó el número de plazas en dicha titulación.

Tabla 4: Notas de corte para acceso a ECO y ADE

Curso (Licenciatura)	ADE	ECO	Curso (Grado)	ADE	ECO
2005-2006	5,7	5,0	2009-2010	6,1	5,0
2006-2007	5,7	-	2010-2011	8,4*	6,9*
2007-2008	5,8	-	2011-2012	8,2*	6,5*
2008-2009	5,5	-	2012-2013	8,17*	-

* Aumento debido a la modificación PAU

Fuente: *Elaboración propia a partir de los datos del Gabinete de Análisis y Planificación de la Universidad de La Laguna, 2013.*

Las notas de corte de la Tabla 4 pueden interpretarse como un índice de las capacidades adquiridas en la etapa preuniversitaria por los alumnos que han accedido a titulaciones de ECO y ADE en la ULL. Sin embargo, por lo que respecta a Matemáticas podemos ver en las Figuras 7 y 8 la evolución del porcentaje de alumnos que se han examinado en la PAU de MAT II o MACS II y la nota media obtenida.

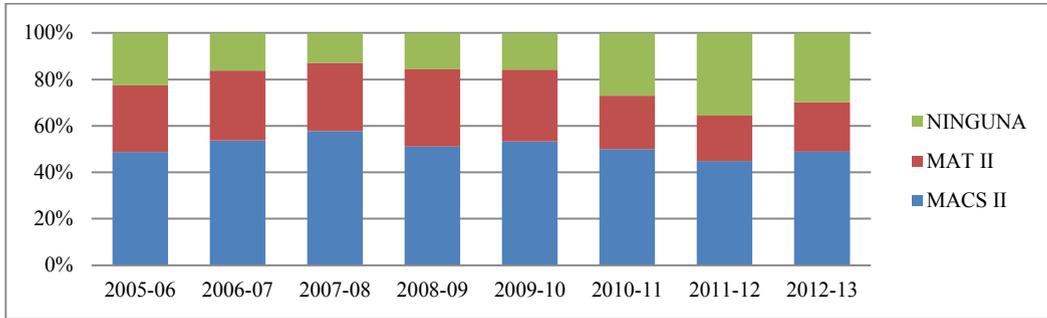


Figura 7. Porcentaje de alumnos matriculados en ECO y ADE presentados en PAU según materia
 Fuente: *Elaboración propia a partir de los datos del Gabinete de Análisis y Planificación de la Universidad de La Laguna, 2013.*

En la Figura 7, se observa que los alumnos de ECO o ADE provienen mayoritariamente de un Bachillerato de Ciencias Sociales y se han examinado de la asignatura MACS II en la PAU. Así mismo vemos que a partir del curso 2008-09 disminuye el porcentaje de los que entre ellos se presentan a MAT II a la par que aumenta el que corresponde a alumnos que no eligieron ninguna asignatura de contenido matemático.

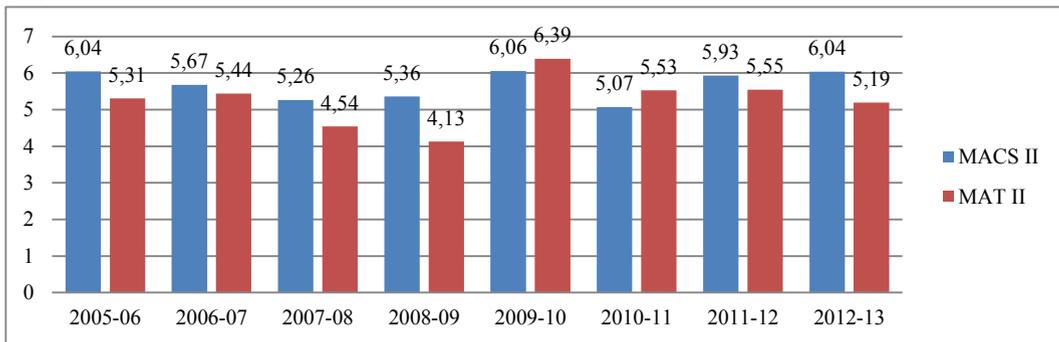


Figura 8. Nota media en MACS II y MAT II de PAU del alumnado de ECO y ADE
 Fuente: *Elaboración propia a partir de los datos del Gabinete de Análisis y Planificación de la Universidad de La Laguna, 2013.*

En la Figura 8 no puede hacerse comparativa entre las notas medias, de un mismo curso, para MACS II y MAT II en PAU, por tratarse de asignaturas y exámenes diferentes. Las calificaciones observadas confirman, en general, falta de garantías con respecto a una formación matemática mínima en los alumnos de Bachillerato y, en concreto, de los que acceden a las titulaciones de ECO y ADE.

Conocimientos matemáticos básicos mostrados por alumnos de GECO y GADE en los cuestionarios de nivel inicial en el periodo 2009-2012

Los cuestionarios de nivel inicial realizados a alumnos que comienzan GECO y GADE no han sido los mismos en todos los cursos sino los hemos ido modificando de acuerdo con las normativas. Dos cambios importantes son, por un lado, la no aparición de las integrales por haber sido eliminadas de los currículos de MACS y, por otro, el cambio de titulaciones de Licenciaturas a Grados. Además, debido a diferentes motivos también ha cambiado, según el curso, el porcentaje de procedencia de los alumnos, tipo de cuestionario (obligatorio o voluntario), momento en que

se realiza (antes o después de un repaso), etc. Todo ello condiciona la falta de homogeneidad global observada en los resultados que mostramos en la Figura 9 obtenidos en particular por alumnos de GADE en los cursos indicados en dicha figura.

Por ejemplo, en los cursos 2009-2010 y 2010-2011 tenemos un alto porcentaje de “no presentados” debido a que se realizó como totalmente voluntario y no evaluativo, mientras que en los dos últimos cursos fue obligatorio y evaluativo por lo que el nivel de “no presentados” es bajo, aumentando el nivel de “suspensos”. En cualquier caso, se observa que el porcentaje de “superado” (“aprobado” o superior, esto es, responder bien al menos la mitad de las preguntas) es bajo e insignificante el de “sobresaliente”.

Adicionalmente, en la Figura 10 podemos ver que los porcentajes globales de “superado” sobre presentados se mantienen a lo largo de estos cuatro cursos en aproximadamente el 50%.

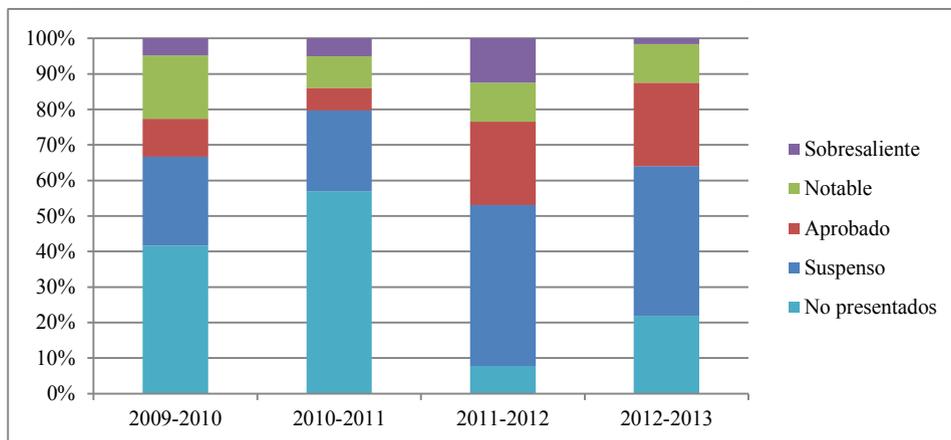


Figura 9. Resultados de GADE en el cuestionario de nivel inicial. Porcentajes sobre matriculados
Fuente: Elaboración propia a partir de los cuestionarios realizados en los cursos 2009-2010 a 2012-2013 a alumnos de GADE de la Universidad de La Laguna, 2013.

Los resultados para GECO fueron similares.

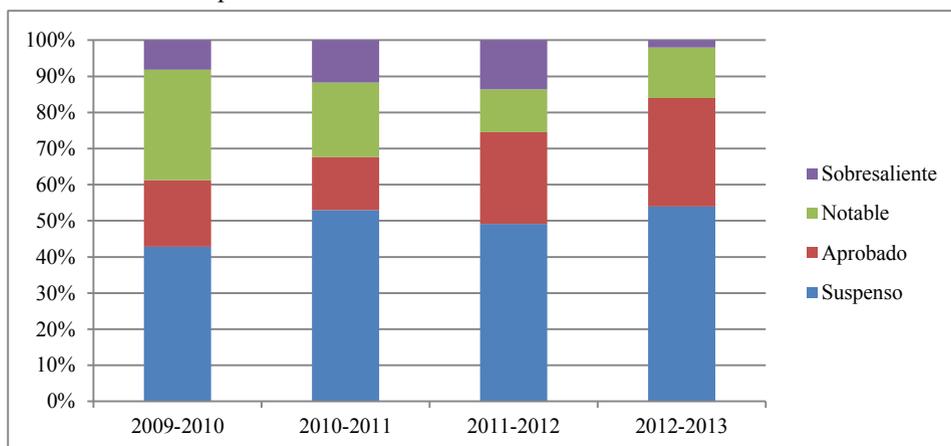


Figura 10. Resultados de GADE en el cuestionario de nivel inicial. Porcentajes sobre presentados
Fuente: Elaboración propia a partir de los cuestionarios realizados en los cursos 2009-2010 a 2012-2013 a alumnos de GADE de la Universidad de La Laguna, 2013.

Motivados por estos resultados hemos decidido por primera vez al inicio del curso académico 2012-2013 realizar un cuestionario específico en unas determinadas condiciones y recoger más detalladamente los resultados. El cuestionario elegido es el mismo que se había realizado en alumnos de segundo curso de Bachillerato (con independencia de sus itinerarios futuros) al final del curso anterior (Figura 3).

Conocimientos matemáticos básicos mostrados por alumnos de GADE o GECO, según la opción de Matemáticas elegida en la PAU, al inicio del curso 2012-2013

La primera asignatura de Matemáticas que cursan los alumnos que comienzan GADE o GECO en la ULL se denomina Matemáticas I y en ella se estudia básicamente Análisis de Funciones en una y varias variables.

Debido a la diversidad de procedencias de los alumnos de un primer curso en las titulaciones de ECO y ADE y la falta de garantías mencionadas anteriormente, queremos analizar los conocimientos de los conceptos básicos que tienen los alumnos al empezar el curso así como la influencia de las Matemáticas cursadas en Bachillerato en la superación de las Matemáticas I en GECO y GADE.

Hemos recopilado las calificaciones obtenidas en el cuestionario de la Figura 3 por los alumnos de un grupo que comienza GADE en septiembre de 2012 y las correspondientes a la convocatoria oficial de enero de 2013 una vez concluida la docencia de dicha asignatura, incluyendo las de aquellos que cursan la asignatura por primera vez o que la repiten.

El cuestionario fue realizado en la tercera semana de clase, después de un periodo de repaso y advirtiendo que la calificación obtenida formaría parte de la evaluación continua. En las Figuras 11 y 12 ilustramos los resultados obtenidos por los alumnos de GADE según la materia cursada en Bachillerato. Se observa un patrón similar al comentado en los alumnos de Bachillerato, con mayores tasas de acierto para los que declaran haber cursado MAT II frente a los que declaran haber cursado MACS II, si bien los porcentajes de acierto han aumentado probablemente a causa de las condiciones en que se realizó el cuestionario (después de un repaso de los conceptos y sabiendo que es evaluativo). Por un lado, se obtiene un alto porcentaje de preguntas sin contestar en los resultados de MACS II, y por otro lado, un alto porcentaje de error en las preguntas 2, 7 y 8, especialmente en los alumnos procedentes de MAT II, que también son las cuestiones con mayor índice de fallo cuando consideramos los datos agregados, esto es, sin diferenciar la asignatura cursada en Bachillerato. En cuanto a los resultados globales, el 90% de los alumnos que habían cursado MAT II lograron 8 o más aciertos, nivel que sólo alcanzaron el 60% de los que habían cursado MACS II. En este caso, y aunque el número de observaciones es bajo principalmente en la categoría de MAT II, los datos no nos señalan, usando el contraste de Chi-cuadrado, diferencias significativas en la nota obtenida según la asignatura cursada ($p=0.094$). Parece que podríamos deducir de ello que es probable que a lo largo de las primeras semanas de clase en GECO o GADE el nivel de conocimientos básicos de los alumnos tiende a nivelarse.

Los obtenidos en GECO son globalmente similares.

Por último, en el siguiente apartado mostramos la relación que existe entre la formación preuniversitaria matemática manifestada en los datos de la PAU y el éxito o “superado” de los alumnos de GADE y GECO en la asignatura de Matemáticas I.

Este mismo objetivo ha guiado los trabajos de varios autores en las últimas décadas entre los que cabe mencionar González Veiga, Castellanos Val, González de Sela Aldaz, y Manzano Pérez (1999), Busto Caballero, Calvo Martín, y Escribano Ródenas (2002), Vázquez Cueto, Camacho Peñalosa, García Moreno, Masero Moreno y Zapata Reina (2009).

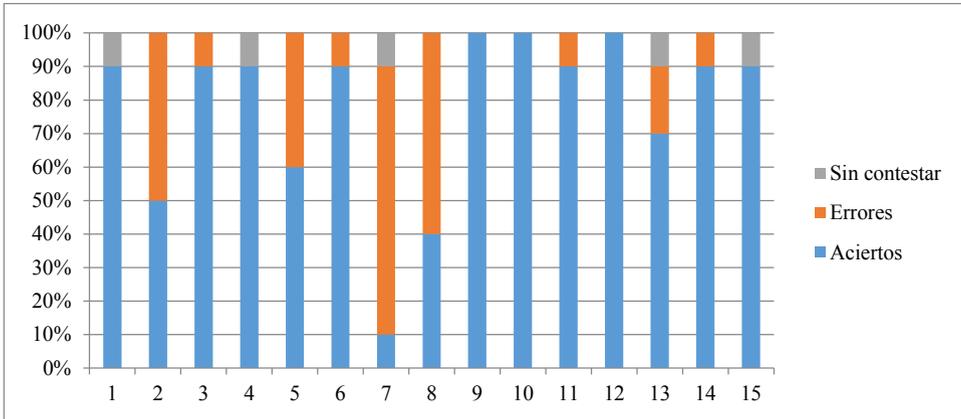


Figura 11. Respuestas de alumnos de GADE que declaran haber cursado MAT II en Bachillerato
Fuente: Elaboración propia a partir de los cuestionarios realizados en el curso 2012-2013 a alumnos de GADE de la Universidad de La Laguna, 2013.

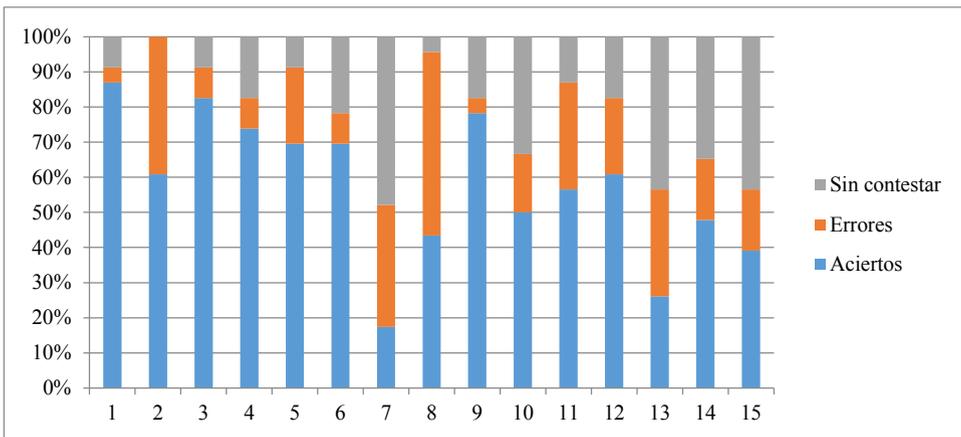


Figura 12. Respuestas de alumnos de GADE que declaran haber cursado MACS II en Bachillerato
Fuente: Elaboración propia a partir de los cuestionarios realizados en el curso 2012-2013 a alumnos de GADE de la Universidad de La Laguna, 2013.

Relación entre la asignatura de matemáticas examinada en PAU y el éxito en Matemáticas I de GECO y GADE

En las Figuras 13 y 14, recogemos los porcentajes de superados, suspensos y no presentados en el examen final de Matemáticas I (GADE y GECO) correspondiente a la convocatoria de enero de 2013, desagregando los datos en función de las anteriores opciones seguidas en PAU. Los datos obtenidos parecen confirmar mayores porcentajes de éxito en los alumnos que cursaron MAT II junto con altos porcentajes de no presentados principalmente en los que no han cursado Matemáticas anteriormente o cursado MACS II.

Con la finalidad de estudiar una relación de dependencia entre las variables “tipo de Matemáticas examinada en PAU” y “Superar Matemáticas I en el Grado elegido” hemos realizado un estudio estadístico no paramétrico.

Realmente, hubiésemos preferido utilizar como primera variable “tipo de Matemáticas preuniversitarias cursadas” pero las bases de datos disponibles no nos lo permitieron. Nótese que un alumno ha podido cursar Matemáticas preuniversitarias y no haberse examinado de ellas en PAU, o incluso, no haberse presentado a la PAU porque accedió a la universidad por otra vía. Hemos comprobado que de esta última opción, en este curso 2012-2013 nos llegaron muy pocos alumnos, pero que estos van en aumento.

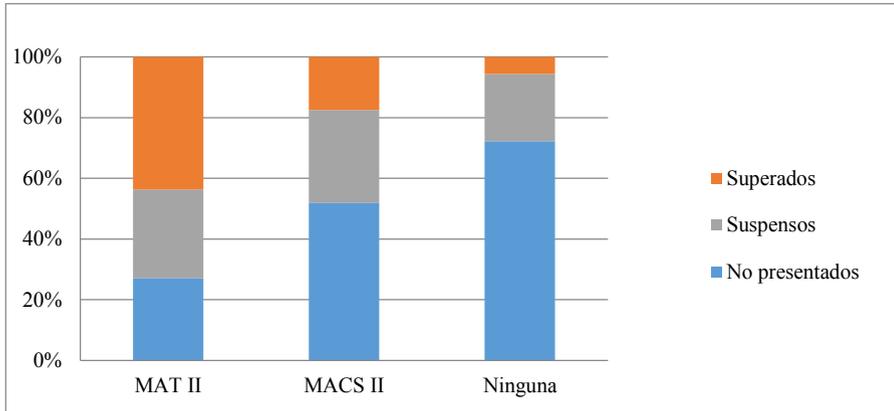


Figura 13. Porcentajes en Matemáticas I (GADE) según la asignatura realizada en PAU
 Fuente: *Elaboración propia a partir de los cuestionarios realizados en la convocatoria de enero del curso 2012-2013 a alumnos de GADE de la Universidad de La Laguna, 2013.*

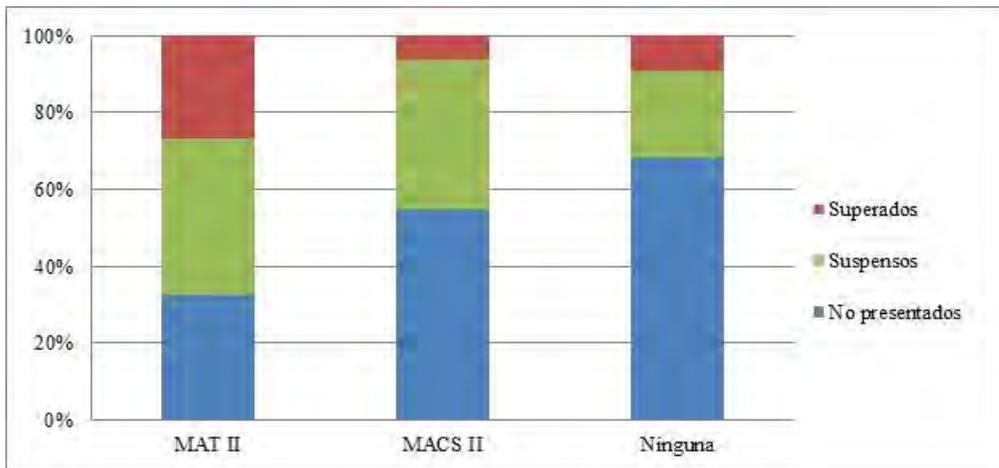


Figura 14. Porcentajes en Matemáticas I (GECO) según la asignatura realizada en PAU
 Fuente: *Elaboración propia a partir de los cuestionarios realizados en la convocatoria de enero del curso 2012-2013 a alumnos de GECO de la Universidad de La Laguna, 2013.*

Ilustramos los resultados obtenidos en GADE, considerando sólo los alumnos que habiéndose examinado en la PAU de una asignatura de Matemáticas (MAT II o MACS II) se presentaron a la convocatoria de enero 2013 de Matemáticas I (GADE) y que recogemos en la Tabla 5 acompañando los valores reales con información estadística sobre valores esperados.

Tabla 5: Calificaciones en Matemáticas I (GADE) según materia examinada en PAU

2012-13	Examinados en PAU de:		
Matemáticas I (GADE)	MAT II	MACS II	Total
Superados	21 <i>15,6</i>	24 <i>29,4</i>	45
Suspensos	14 <i>19,4</i>	42 <i>36,6</i>	56
Presentados	35	66	101

Fuente: Elaboración propia a partir de los cuestionarios realizados en la convocatoria de enero del curso 2012-2013 a alumnos de GADE de la Universidad de La Laguna, 2013.

El contraste toma como hipótesis nula H_0 que “las variables tipo de Matemáticas examinada en PAU y Superar las Matemáticas I en el Grado elegido son independientes” y como hipótesis alternativa H_1 que “dichas variables son dependientes”.

Denotamos O_{ij} al valor observado que indica la cantidad de alumnos que, de los 66 de GADE que se examinaron en PAU de MACS II, superó Matemáticas I en la convocatoria de enero 2013; por ejemplo, $O_{12}=24$. Y E_{ij} (en cursiva en la Tabla 5) representa el valor esperado para el ítem correspondiente, esto es, la cantidad de alumnos que, de los 66 de GADE que se examinaron en PAU de MACS II, se esperaría estadísticamente que superara Matemáticas I en GADE; por ejemplo, $E_{12}=\frac{(45)(66)}{101}=29.4$. Utilizamos como estadístico de contraste el siguiente:

$$EC = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \frac{(O_{ij}-E_{ij})^2}{E_{ij}} = 5.1724.$$

Comparando EC con el valor de la distribución $\chi^2_{1\alpha}$ obtenemos que las variables contrastadas son dependientes con una certeza del 97.5%. Si se considerara el total de alumnos matriculados, se obtendría un nivel de certeza aún superior sobre el rechazo de la hipótesis nula.

En base a los resultados de dependencia anteriores, hemos realizado otro análisis estadístico para contrastar la hipótesis de que la probabilidad de superar Matemáticas I del Grado elegido resulta superior si se cursa previamente MAT II de Bachillerato, utilizando los datos disponibles que corresponden, como hemos dicho a la convocatoria de enero del presente curso 2012-2013.

En concreto se realizó contraste para la igualdad de parámetros de dos distribuciones binomiales independientes sobre si examinarse de un tipo concreto de Matemáticas en PAU ayuda a superar con éxito Matemáticas I del Grado elegido. Para ello, definimos p_A como la probabilidad de que un alumno, que se examinó en PAU de MAT II, supere Matemáticas I del Grado elegido. Y sea p_B la probabilidad similar habiéndose examinado de MACS II. Nuestra hipótesis nula es $H_0: p_A \leq p_B$ y la alternativa $H_1: p_A > p_B$.

En este caso el estadístico de contraste que usamos es

$$EC = \frac{p_A - p_B}{\sqrt{p_T(1-p_T)\left(\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_B}\right)}}$$

donde n_A y n_B representan cantidad de alumnos que se presentaron a Matemáticas I de GADE habiéndose examinado en PAU, respectivamente, de MAT II y de MACS II, por lo que la hipótesis nula se rechaza con un error de porcentaje α si $EC \geq Z_\alpha$, donde Z_α sigue valores de la distribución normal.

En el caso de GADE se obtuvo un p-valor de 0.0116, por lo que se rechazaría la hipótesis nula, esto es, se acepta que la probabilidad de superar Matemáticas I del Grado habiéndose examinado de MAT II en PAU es mayor a la probabilidad de superarla habiéndose examinado de MACS II con un nivel de acierto de casi un 99%. Con datos de todos los alumnos matriculados en Matemáticas I de GADE se obtienen resultados similares con un nivel de acierto superior.

Finalmente, se probó la influencia de examinarse de Matemáticas en PAU para decidir presentarse al examen de Matemáticas I de GADE y resultó aceptada la hipótesis de que la probabilidad de presentarse es mayor si el alumno proviene de MAT II frente a MACS II ($p=0.05$).

Resultados similares se obtuvieron en GECO.

En definitiva, analizando estos resultados conjuntamente con los obtenidos en las secciones anteriores podríamos señalar que los datos avalan la mejor preparación de los alumnos procedentes de MAT II en Bachillerato para superar con éxito las Matemáticas de GADE y GECO y, si bien en las primeras semanas de curso los alumnos de MACS II parece que logran un nivel básico de conocimientos, como se indicó en el apartado 4.3, esto no resulta suficiente para continuar con éxito el desarrollo posterior de la materia, lo que provoca una mayor tasa de abandono y de no superados que la observada en los alumnos que cursaron MAT II.

Conclusiones y recomendaciones

Las conclusiones que hemos ido aportando a lo largo del trabajo se resumen en los siguientes puntos:

- Los currículos de MACS I y II tienen un carácter más intuitivo y con menor profundización que los de MAT I y II. Los conceptos considerados básicos están mejor representados en los exámenes de MAT II de la PAU frente a los de MACS II. No obstante, en ambos casos la posibilidad de elegir una de las dos opciones de examen y la certeza de que ciertos temas no se preguntan o se pueden eludir, puede provocar que dichos temas no se preparen con el suficiente esfuerzo e incluso que las técnicas de estudio se reduzcan al mero entrenamiento en la resolución mecánica de unos pocos problemas estándar.
- La libre elección de materias de modalidad en la PAU y la estructura de los exámenes produce que una buena nota en PAU no indique necesariamente un bagaje matemático adecuado. Incluso, se evidencia que es posible superar el Bachillerato y la PAU sin haber adquirido ningún tipo de formación matemática.
- Si bien el desarrollo práctico de los programas en MAT y MACS recoge la mayoría de los conceptos seleccionados como básicos en este trabajo, el nivel de los alumnos que se han venido incorporando a los estudios de ECO y ADE es bastante diferente. Y se evidencia, en base a los datos de presentados en PAU, que el nivel de éxito en Matemáticas I en GADE y GECO (ULL) en el curso 2012-2013 fue superior si se había cursado MAT II frente a MACS II.
- Aunque los datos usados son locales referidos a la ULL, la misma metodología es aplicable para un estudio similar sobre las consecuencias de la formación matemática preuniversitaria en los estudios de Economía y Empresa de la universidad española en general y conjeturamos que nuestras conclusiones y recomendaciones serán extrapolables.
- En cuanto a las posibles estrategias para mejorar la formación matemática de los alumnos que ingresan en nuestras titulaciones, se pueden señalar las siguientes:
- Estudiar la posible desagregación de las titulaciones relacionadas con Economía y Empresa (en general, ciencias del dinero) del resto de Ciencias Sociales, o bien la creación de unas “Matemáticas para Economía y Empresa” como mezcla entre MAT II (en cuanto al nivel en Análisis y Álgebra) y MACS II (en cuanto a Estadística), dando igual importancia a estos tres grandes bloques de contenido y cuya ponderación en PAU para las titulaciones relacionadas fuera mayor. O en su defecto ponderar al alza MAT II frente a MACS II. En cualquier caso, la selección de alumnos para GECO y GADE debe ser más exigente en su formación matemática.
- Cuidar con responsabilidad los niveles en formación cuantitativa en las propias titulaciones de Economía, Empresa y relacionadas.

- Tutorizar a los alumnos que lo necesiten, por ejemplo, en un curso online de “Matemáticas de conocimientos previos” en caso de que no se imparta presencialmente uno de duración mínima un cuatrimestre.
- Los parámetros de calidad asociados a la asignatura de Matemáticas I de GECO y GADE y sus resultados deben tener en cuenta, para evitar distorsión, la problemática descrita en este trabajo.
- Como reflexión final, conviene educar enseñando desde edades tempranas la similitud entre “anumerismo” y “analfabetismo” y recordar, por tanto, que la formación matemática no se reduce a conocimientos instrumentales, sino que constituye una estrategia de razonamiento científico, que estimula la capacidad de estructurar ideas y argumentar lógicamente y, por tanto, crea un importante valor añadido para una formación integral, por lo que conviene educar en la importancia de las Matemáticas para crear una sociedad más crítica. Y, en concreto, los alumnos candidatos a estudiar titulaciones en Economía y Empresa deben ser orientados hacia una cultura matemática profunda como herramienta para el razonamiento y la gestión eficiente de los recursos públicos y privados.

Agradecimientos

Los autores expresan su agradecimiento a la profesora Olga M^a Alegre de la Rosa, Catedrática de Didáctica y Organización Educativa de la Universidad de La Laguna, por sus comentarios y sugerencias durante la preparación de la versión final de este trabajo.

REFERENCIAS

- Comisiones de Coordinación Pau (2010-2011, 2011-2012). *Actas Reuniones Coordinación para la PAU*. Universidad de La Laguna. Recurso electrónico: <http://www.gobiernodecanarias.org/educacion/> consultado en julio de 2012.
- ANECA. (2005). *Libro Blanco del Título de Grado en Economía y en Empresa* (2005). Agencia Nacional de Evaluación de la Calidad y Acreditación. Recurso electrónico: http://www.aneca.es/media/libroblanco_economia_def.pdf, consultado en enero de 2009.
- Busto Caballero, A.I., Calvo Martín, M.E. y Escribano Ródenas, M^aC. (2002). “El conflicto entre las Matemáticas del Bachillerato y las Matemáticas de los primeros cursos de las Facultades de Económicas y Empresariales”. *Rect@* 10: 1-32.
- Carrillo Fernández, M.; Cruz Báez, D.I.; Gil Fariña, M.C.; González Concepción, C.; Pestano Gabino, C. y Sosa Martín, D.N. (2012). Evolución de los contenidos de Matemáticas en la PAU y relación con los conocimientos previos del alumnado en los Grados en Economía y ADE. *Anales de XX Jornadas de ASEPUMA*, Barcelona.
- González Veiga, M.C.; Castellanos Val, L.; González de Sela Aldaz, M.A. y Manzano Pérez, I.M. (1999). Influencia del currículo previo sobre el rendimiento en matemáticas empresariales: un estudio para la Universidad de Oviedo. *Revista de Educación*, 319, 223-238.
- Molina, J.A. (2011). “CONFEDÉ y el Espacio Europeo de Educación Superior”. *Revista de Economía* 5: 27-31.
- Pérez, F.; González, M.; Gómez, T. y Caballero, R. (2011). Reflexiones sobre las Matemáticas en el Grado de Economía dentro del EEES. XIX Jornadas ASEPUMA, Valencia.
- Rico Romero, L. y Lupiáñez Gómez, J. L. (2008). *Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular*. Madrid: Alianza Editorial.
- Vázquez Cueto, M.J.; Camacho Peñalosa, M.E.; García Moreno, M.P.; Masero Moreno, J. y Zapata Reina, A. (2009). “Adecuación de los conocimientos matemáticos previos a los estudios de tipo económico-empresarial”. *Revista de Enseñanza Universitaria* 34: 37-43.

SOBRE LOS AUTORES

Marianela Carrillo-Fernández: Inserte aquí la biografía del segundo autor. Cuando haya un tercer autor, siga el mismo formato, y así sucesivamente. En esta sección se pueden incluir distinciones, menciones especiales, premios, etc. Por favor, no incluya distinciones, menciones especiales, premios, etc., en la primera página del artículo. Profesora de Matemáticas en la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales desde hace casi dos décadas e Investigadora en Modelos de Crecimiento, Modelos de Optimización y, en general, Métodos Cuantitativos en Economía y Empresa. Implicada en Proyectos de Investigación Nacionales y en Proyectos de Mejora Docente. Ha publicado diversos artículos en revistas de prestigio en sus áreas y libros de carácter docente dedicados a alumnos de los primeros cursos de titulaciones científicas universitarias. Además, tiene experiencia en la Organización de Eventos relacionados con las áreas antes mencionadas.

Domingo Israel Cruz Báez: Inserte aquí la biografía del primer autor. Cuando haya varios autores, siga el mismo formato. En esta sección se pueden incluir distinciones, menciones especiales, premios, etc. Por favor, no incluya distinciones, menciones especiales, premios, etc., en la primera página del artículo. Profesor de Matemáticas en la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales desde hace dos décadas e Investigador en Matemática Financiera, Modelos Dinámicos y, en general, Métodos Cuantitativos en Economía y Empresa. Implicado en Proyectos de Investigación Nacionales y en Proyectos de Mejora Docente. Ha publicado diversos artículos en revistas de prestigio en sus áreas y tutoriales de carácter docente dedicados a alumnos de los primeros cursos

de titulaciones científicas universitarias. Además, tiene experiencia en la Organización de Eventos relacionados con las áreas antes mencionadas.

María Candelaria Gil Farina: Inserte aquí la biografía del primer autor. Cuando haya varios autores, siga el mismo formato. En esta sección se pueden incluir distinciones, menciones especiales, premios, etc. Por favor, no incluya distinciones, menciones especiales, premios, etc., en la primera página del artículo. Profesora de Matemáticas en la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales desde hace casi dos décadas e Investigadora en Métodos Cuantitativos en Economía y Empresa. Implicados en Proyectos de Investigación Regionales y en Proyectos de Mejora Docente. Ha publicado diversos artículos en revistas de prestigio en sus áreas y varios libros de carácter docente dedicados a alumnos de los primeros cursos de titulaciones científicas universitarias. Recibió el Premio Extraordinario de Doctorado en su universidad y el Premio de Jóvenes Investigadores del Gobierno de Canarias. Ha participado en la evaluación de alumnos de Doctorado, en la Selección de alumnos de los Proyectos Erasmus y Séneca y de Profesorado Universitario tanto en la Universidad de La Laguna como en otras del territorio nacional. Además, tiene experiencia en la Organización de Eventos relacionados con las áreas antes mencionadas.

Concepción González-Concepción: Inserte aquí la biografía del segundo autor. Cuando haya un tercer autor, siga el mismo formato, y así sucesivamente. En esta sección se pueden incluir distinciones, menciones especiales, premios, etc. Por favor, no incluya distinciones, menciones especiales, premios, etc., en la primera página del artículo. Profesora de Matemáticas en la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales desde hace tres décadas e Investigada en Análisis Numérico, Aproximación Racional y, en general, Métodos Cuantitativos en Economía y Empresa. Implicada en Proyectos de Investigación Nacionales y en Proyectos de Mejora Docente. Ha publicado diversos artículos en revistas de prestigio en sus áreas y varios libros de carácter docente dedicados a alumnos de los primeros cursos de titulaciones científicas universitarias. Ha sido directora de Tesis Doctorales y ha participado en la evaluación de alumnos de Doctorado y en la Selección de Profesorado Universitario tanto en la Universidad de La Laguna como en otras del territorio nacional. Además, tiene experiencia en la Organización de Eventos relacionados con las áreas antes mencionadas

Celina Pestano Gabino: Inserte aquí la biografía del primer autor. Cuando haya varios autores, siga el mismo formato. En esta sección se pueden incluir distinciones, menciones especiales, premios, etc. Por favor, no incluya distinciones, menciones especiales, premios, etc., en la primera página del artículo. Profesora de Matemáticas en la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales desde hace dos décadas e Investigadora en Aproximación Racional y, en general, Métodos Cuantitativos en Economía y Empresa. Implicada en Proyectos de Investigación Nacionales y en Proyectos de Mejora Docente. Ha publicado diversos artículos en revistas de prestigio en sus áreas y varios libros de carácter docente dedicados a alumnos de los primeros cursos de titulaciones científicas universitarias. Además, tiene experiencia en la Organización de Eventos relacionados con las áreas antes mencionadas.

Diana de las Nieves Sosa Martín: Inserte aquí la biografía del segundo autor. Cuando haya un tercer autor, siga el mismo formato, y así sucesivamente. En esta sección se pueden incluir distinciones, menciones especiales, premios, etc. Por favor, no incluya distinciones, menciones especiales, premios, etc., en la primera página del artículo. Profesora de Matemáticas en la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales d la Universidad de La Laguna y de la Universidad Europea de Canarias e Investigadora en Geometría Diferencial y Modelos Dinámicos. Implicada en Proyectos de Investigación Nacionales. Ha publicado diversos artículos en revistas de prestigio en sus áreas. Además, tiene experiencia en la Organización de Eventos relacionados con las áreas antes mencionadas.